

CH X Intérêts composés - Amortissements

I) Les intérêts composés :

1) Situation :

Un capital de 20 000,00 € est placé à un taux d'intérêts de 4 % l'an pendant 5 ans. Chaque année les intérêts produits viennent s'ajouter au capital placé et produisent eux-mêmes des intérêts. Calculer la valeur acquise par ce capital au bout de 5 ans.

Au bout de la première année :

$$V_1 = C + I = 20\,000 + 20\,000 \times 0,04 = 20\,000 + 800 = 20\,800,00 \text{ €}$$

Au bout de la deuxième année :

$$V_2 = V_1 + I = 20\,800 + 20\,800 \times 0,04 = 20\,800 + 832 = 21\,632,00 \text{ €}$$

Au bout de la troisième année :

$$V_3 = V_2 + I = 21\,632 + 21\,632 \times 0,04 = 21\,632 + 865,28 = 22\,497,28 \text{ €}$$

Au bout de la quatrième année :

$$V_4 = V_3 + I = 22\,497,28 + 22\,497,28 \times 0,04 = 22\,497,28 + 899,89 = 23\,397,17 \text{ €}$$

Au bout de la cinquième année :

$$V_5 = V_4 + I = 23\,397,17 + 23\,397,17 \times 0,04 = 23\,397,17 + 935,89 = 24\,333,06 \text{ €}$$

2) Définition :

Dans un placement à intérêts composés, l'intérêt obtenu à la fin d'une période de placement s'ajoute au capital placé. L'intérêt de la période suivante se calcule sur la valeur acquise par ce capital.

La valeur acquise V_n par le capital initial C au bout de n périodes de placement au taux annuel t est égale à :

$$V_n = C(1 + t)^n$$

Remarques :

- La période de calcul des intérêts peut être le mois ou l'année.
- L'intérêt produit par un placement à intérêts composés se calcule par la relation : $I = V_n - C$

Exercice : Un capital de 4 280,00 € est placé à intérêts composés. Le taux d'intérêts annuel est de 4,75 %. La durée de placement est de 5 ans.

a) Calculer la valeur acquise par ce capital au bout de 5 ans.

b) Calculer l'intérêt total obtenu au bout de 5 ans.

Exercice : Dans cet exercice la capitalisation des intérêts est le mois. Calculer la valeur acquise par un capital de 20 000,00 € placé à intérêts composés au taux mensuel de 0,5 % pendant :

- a) 3 mois.
- b) 6 mois.
- c) 2 ans.

Exercice : Calculer l'intérêt produit par un capital de 18 000,00 € placé au taux semestriel de 3% pendant 3 ans.

a) Si le placement est à intérêts simples

b) Si le placement est à intérêts composés. La capitalisation des intérêts étant dans ce cas semestriel.

3) Calculer un capital placé à intérêts composés :

Exemple : Quel capital faut-il placer à 6 % l'an pour obtenir une valeur acquise de 40 000,00 € au bout de 4 ans.

$$V_4 = C(1 + t)^4$$

$$C = \frac{V_4}{(1 + t)^4}$$

$$C = V_4(1 + t)^{-4}$$

$$C = 40\,000 (1 + 0,06)^{-4}$$

$$C = 40\,000 \times 1,06^{-4}$$

$$C = 31\,683,75 \text{ €}$$

Exercice : Un capital a acquis une valeur de 45 424,67 € au bout de 8 ans de placement à intérêts composés au taux annuel de 6 %. Calculer la valeur de ce capital.

II) Les amortissements :

Pour les entreprises, les biens qu'elles possèdent, perdent de leur valeur au cours du temps. Ces biens doivent être périodiquement remplacés. La comptabilité tient compte de cette dépréciation et calcule l'amortissement de ces biens afin d'atténuer les charges. Il existe deux types d'amortissements :

- L'amortissement constant ou linéaire.
- L'amortissement décroissant ou dégressif.

Le choix du calcul de l'amortissement est laissé à l'entreprise, ce calcul est défini par les règles fiscales.

1) L'amortissement constant ou linéaire :

Exemple : Une entreprise achète un matériel pour un montant de 120 000,00 €. Chaque année, ce matériel se déprécie et perd de sa valeur initiale. On considère que ce matériel sera amorti en 5 ans, ce qui signifie que sa valeur résiduelle sera nulle à la fin de la cinquième année.

Définitions :

L'amortissement est l'évaluation de la dépréciation d'un bien au cours du temps. Dans l'amortissement constant, toutes les annuités d'amortissement sont égales.

Si l'amortissement se fait sur n années, le taux d'amortissement est $t = \frac{1}{n}$.

L'annuité d'amortissement A est égale au produit de la valeur d'entrée V_e par t .

Les valeurs nettes comptables (VNC) sont les termes d'une suite arithmétique de raison $-A$.

Tableau d'amortissement : Établissons le tableau d'amortissement de l'exemple précédent.

La valeur d'entrée est 120 000,00 €, le taux d'amortissement est $\frac{1}{5} = 0,20$ soit 20 %.

Les annuités d'amortissement A sont égales à $120\,000 \times 0,20$ ou tout simplement

$$\frac{120\,000}{5} = 24\,000,00 \text{ €}$$

Années	Valeur d'entrée (€)	Annuités d'amortissement (€)	Valeur nette comptable (€)
Année 1	120 000	24 000	$120\,000 - 24\,000 = 96\,000$
Année 2	120 000	24 000	$96\,000 - 24\,000 = 72\,000$
Année 3	120 000	24 000	$72\,000 - 24\,000 = 48\,000$
Année 4	120 000	24 000	$48\,000 - 24\,000 = 24\,000$
Année 5	120 000	24 000	$24\,000 - 24\,000 = 0$

Exercice : Un appareil acheté 22 000,00 € en janvier 2004 est amortissable sur 5 ans par amortissements constants. Dresser le tableau d'amortissement.

Exercice : Le tableau d'amortissement suivant est incomplet. Compléter le et calculer la valeur d'entrée.

Années	Annuités (€)	Valeurs nettes comptables (€)
1		52 500
2		35 000
3		
4		

2) L'amortissement décroissant ou dégressif :

Exemple : Un matériel acheté de 120 000,00 € est amortissable sur 5 ans au taux dégressif.

Remarques :

Les annuités d'amortissement ne sont pas constantes, elles diminuent au cours du temps.

Le taux dégressif est égal au taux constant $\frac{1}{n}$ multiplié par un coefficient.

Ce coefficient est ; 1,5 pour 3 ou 4 ans.

 2 pour 5 ou 6 ans.

 2,5 pour 7 ans et plus.

Lorsque l'annuité dégressive devient inférieure à une annuité constante sur le temps qui reste, c'est le cas pour les dernières années. On les remplace par des annuités constantes correspondantes.

Tableau d'amortissement : Établissons le tableau d'amortissement de l'exemple précédent.

Calcul du taux dégressif $T_d = \frac{1}{5} \times 2 = 0,20 \times 2 = 0,40$ soit 40 % (On prend le taux constant multiplié par le coefficient).

Années	Valeur de base (€)	Annuités d'amortissement (€)	Valeur nette comptable (€)
Année 1	120 000	$120\,000 \times 0,4 = 48\,000$	$120\,000 - 48\,000 = 72\,000$
Année 2	72 000	$72\,000 \times 0,4 = 28\,800$	$72\,000 - 28\,800 = 43\,200$
Année 3	43 200	$43\,200 \times 0,4 = 17\,280$	$43\,200 - 17\,280 = 25\,920$
Année 4	25 920	$25\,920 : 2 = 12\,960$	$25\,920 - 12\,960 = 12\,960$
Année 5	12 960	$25\,920 : 2 = 12\,960$	$12\,960 - 12\,960 = 0$

Pour l'année 4, l'annuité dégressive d'amortissement = $25\,920 \times 0,4 = 10\,368$ est inférieure à l'annuité constante calculée sur les 2 dernières années $\frac{25\,920}{2} = 12\,960$ €.

On remplace les deux dernières annuités pour les années 4 et 5 par des annuités constantes.

(Cette constatation pouvait se faire à partir des taux d'amortissement. En effet le taux dégressif est ici de 0,40. Pour les trois dernières années, on aurait un taux constant de $\frac{1}{3} = 0,333$ qui est inférieur à 0,4 et pour les deux dernières années à $\frac{1}{2} = 0,5$ qui est supérieur à 0,4. C'est pourquoi pour les 2 dernières années on applique un taux constant sur la valeur nette comptable restante.)

Exercice : Établir un tableau d'amortissement dégressif d'un bien de 3 000,00 € (HT) sur 4 ans. Le coefficient fiscal est 1,5.

Années	Valeur de base (€)	Annuités d'amortissement (€)	Valeur nette comptable (€)
Année 1			
Année 2			
Année 3			
Année 4			

Exercice : Un bien acheté début janvier 2003 est amorti suivant le tableau :

Années	Valeur de base (€)	Annuités d'amortissement (€)	Valeur nette comptable (€)
2003		3 200,00	
2004		1 920,00	
2005			1 728,00
2006	1 728,00		
2007			0

- a) Donner la durée et le type d'amortissement correspondant à ce tableau.
- b) En appliquant les règles fiscales, calculer le taux appliqué pour les 3 premières annuités (coefficient fiscal = 2)
- c) Calculer la valeur d'acquisition (HT) de ce bien.
- d) Compléter le tableau.