

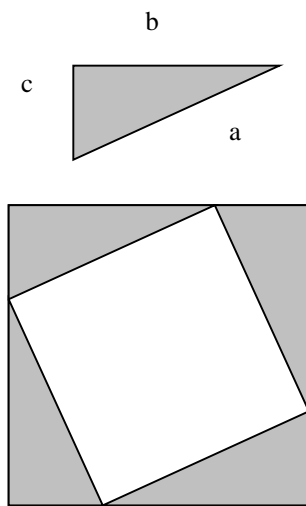
CH IX) Relations métriques du triangle rectangle

1) Propriétés de Pythagore :

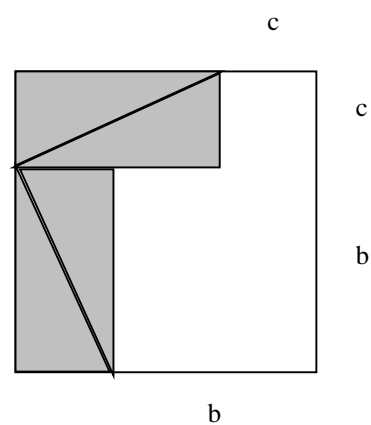
Le carré de la mesure de l'hypoténuse d'un triangle rectangle est égal à la somme des carrés des mesures des côtés de l'angle droit.

1) Démonstration :

Les aires des surfaces non grisées de ces deux schémas sont les mêmes, on peut donc dire que $a^2 = b^2 + c^2$.



Surface non grisée = a^2



Surface non grisée = $b^2 + c^2$

2) Exercice :

Construisez un triangle ABC rectangle en A tel que :
AB = 4 cm ; AC = 3 cm ; BC = 5 cm

Vérifiez par le calcul que la propriété de Pythagore s'applique à ce triangle.

3) Calcul d'un côté de l'angle droit :

Une charpente pour un toit à pente unique a la forme ci-contre. la longueur du toit est de 6,5 m. La poutre de soutien mesure 5,2 m . Quelle est la hauteur entre le sommet du toit et la poutre ?

D'après Pythagore, on peut dire que :

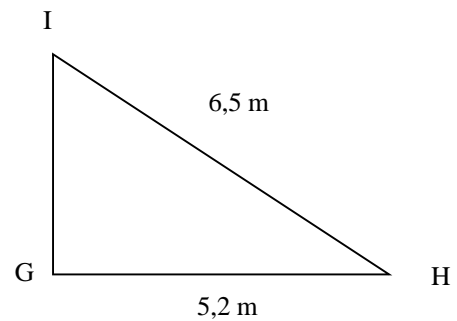
$$HI^2 = GH^2 + GI^2 \quad (1)$$

On cherche la longueur GI

$$\text{De (1) on peut écrire } GI^2 = HI^2 - GH^2$$

$$GI^2 = 6,5^2 - 5,2^2 = 42,25 - 27,04 = 15,21$$

$$GI = \sqrt{GI^2} = \sqrt{15,21} = 3,9 \text{ m}$$



Dans un triangle rectangle, le carré d'un côté de l'angle droit est égal à la différence entre le carré de l'hypoténuse et le carré de l'autre côté de l'angle droit.

4) Exercice :

Soit un triangle DEF rectangle en D tel que

DE = 12 mm et EF = 37 mm.

Dessinez le triangle DEF en respectant les mesures.

Calculez DF.

Vérifiez sur le dessin que vos calculs sont bons.

5) Démontrer qu'un triangle est rectangle.

Si un triangle est rectangle, il doit vérifier la propriété de Pythagore.

1^{er} Cas : On considère un triangle ABC dont les mesures sont les suivantes : - Par le calcul

AB = 3 cm ; AC = 4 cm ; BC = 5 cm

Vérifiez si ce triangle est rectangle :

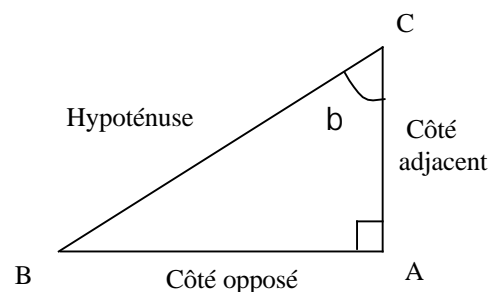
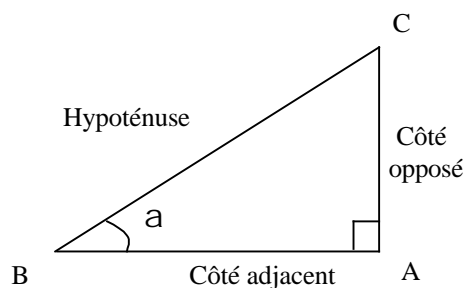
- En le dessinant

2^{ème} Cas : On considère un triangle DEF dont - Par le calcul
 les mesures sont les suivantes :
 DE = 4 cm ; DF = 5 cm ; EF = 6 cm
 Vérifiez si ce triangle est rectangle :
 - En le dessinant

11) Relations trigonométriques dans le triangle rectangle.

Attention : Toutes les relations que nous allons étudier ne sont valables que dans le triangle rectangle.

Regardez les triangles rectangles ci-dessous, ils sont identiques. Les noms donnés aux côtés différent cependant, ils sont fonctions de l'angle considéré.



Les relations trigonométriques dans le triangle rectangle sont les suivantes :

- Le sinus d'un angle aigu est égal au rapport du côté opposé sur l'hypoténuse.
- Le cosinus d'un angle aigu est égal au rapport du côté adjacent sur l'hypoténuse.
- La tangente d'un angle aigu est égal au rapport du côté opposé sur le côté adjacent.

A l'aide des triangles ci-dessus, complétez les égalités suivantes :

$$\sin a = \frac{\text{Côté opposé}}{\text{Hypoténuse}} = \frac{\quad}{BC}$$

$$\sin b = \frac{\quad}{\text{Hypoténuse}} = \frac{\quad}{BC}$$

$$\cos a = \frac{\text{Côté adjacent}}{\text{Hypoténuse}} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\cos b = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\text{tg } a = \frac{\text{Côté opposé}}{\text{Côté adjacent}} = \frac{\quad}{\quad}$$

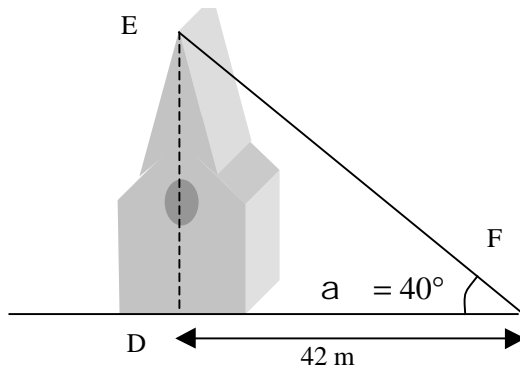
$$\text{tg } b = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

Remarque :

$$\frac{\sin a}{\cos a} = \frac{\frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}}{\frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} \times \frac{\text{hypoténuse}}{\text{côté adjacent}} = \frac{\text{Côté opposé}}{\text{Côté adjacent}} = \text{tg } a$$

La tangente d'un angle aigu est égal au rapport de son sinus sur son cosinus .

1) Calcul d'un côté du triangle : Pour les calculs, vous pouvez utiliser la table trigonométrique ci-jointe.



On veut calculer la hauteur d'une maison.
L'appareil de visée est placée à 42 m de l'axe de la maison .

Il indique un angle a de 40° .

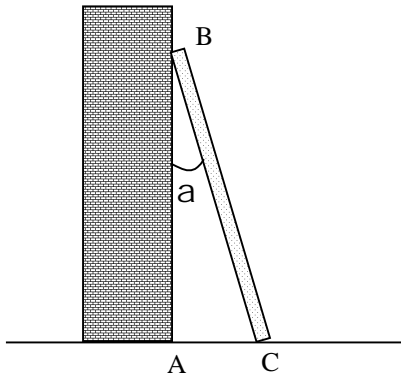
a) Après avoir fait l'inventaire de ce qui est donné (angles, côtés), calculez la hauteur de la maison (au cm près).

b) A quelle distance du sommet de la maison se trouve l'appareil de visée (au cm près) ?

a)

b)

2) Calcul d'un angle :



Une échelle est appuyée sur un mur, sa longueur est de 6m. L'écartement entre le pied du mur et l'échelle est de 2,25 m.

Pour la sécurité, il faut que l'angle a soit au moins de 20° .

L'emplacement de l'échelle correspond elle à la norme de sécurité ?

Pour répondre à cette question :

a) Faites l'inventaire de ce qui est donné (angles, côtés).

b) En utilisant la table trigonométrique ci-jointe, déterminez la valeur de a .

a)

b)

3) Exercice :

Soit un triangle ABC rectangle en A tel que

$AC = 45$ mm et $AB = 60$ mm.

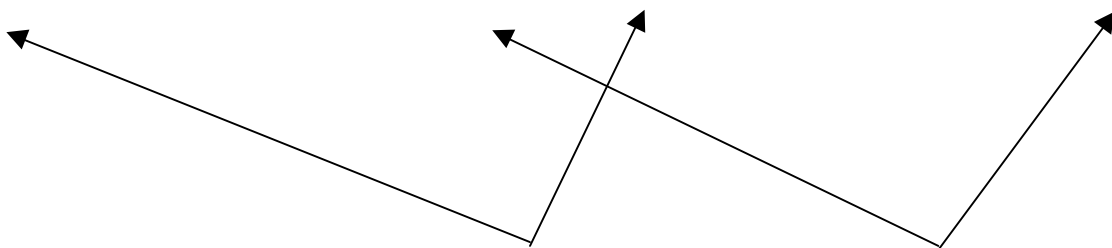
Calculez, après avoir fait une représentation de ce triangle, l'angle \hat{B} .

Calculez l'angle \hat{C} .

Table trigonométrique

Degrés	Cos	Sin	Tg		
0	1,000	0,000	0,000		90
1	1,000	0,017	0,017	57,29	89
2	0,999	0,035	0,035	28,63	88
3	0,999	0,052	0,052	19,08	87
4	0,998	0,070	0,070	14,30	86
5	0,996	0,087	0,087	11,43	85
6	0,995	0,105	0,105	9,514	84
7	0,993	0,122	0,123	8,144	83
8	0,990	0,139	0,141	7,115	82
9	0,988	0,156	0,158	6,314	81
10	0,985	0,174	0,176	5,671	80
11	0,982	0,191	0,194	5,145	79
12	0,978	0,208	0,213	4,705	78
13	0,974	0,225	0,231	4,331	77
14	0,970	0,242	0,249	4,011	76
15	0,966	0,259	0,268	3,732	75
16	0,961	0,276	0,287	3,487	74
17	0,956	0,292	0,306	3,271	73
18	0,951	0,309	0,325	3,078	72
19	0,946	0,326	0,344	2,904	71
20	0,940	0,342	0,364	2,747	70
21	0,934	0,358	0,384	2,605	69
22	0,927	0,375	0,404	2,475	68
	Sin	Cos		Tg	Degrés

Degrés	Cos	Sin	Tg		
23	0,921	0,391	0,424	2,356	67
24	0,914	0,407	0,445	2,246	66
25	0,906	0,423	0,466	2,145	65
26	0,899	0,438	0,488	2,050	64
27	0,891	0,454	0,510	1,963	63
28	0,883	0,469	0,532	1,881	62
29	0,875	0,485	0,554	1,804	61
30	0,866	0,500	0,577	1,732	60
31	0,857	0,515	0,601	1,664	59
32	0,848	0,530	0,625	1,600	58
33	0,839	0,545	0,649	1,540	57
34	0,829	0,559	0,675	1,483	56
35	0,819	0,574	0,700	1,428	55
36	0,809	0,588	0,727	1,376	54
37	0,799	0,602	0,754	1,327	53
38	0,788	0,616	0,781	1,280	52
39	0,777	0,629	0,810	1,235	51
40	0,766	0,643	0,839	1,192	50
41	0,755	0,656	0,869	1,150	49
42	0,743	0,669	0,900	1,111	48
43	0,731	0,682	0,933	1,072	47
44	0,719	0,695	0,966	1,036	46
45	0,707	0,707	1,000	1,000	45
	Sin	Cos		Tg	Degrés



Le tableau ci-dessus se lit :

- Pour les colonnes de gauche, en descendant.

- Pour les colonnes de droite, en montant.