

CH VI Suites arithmétiques – Suites géométriques

I) Suites arithmétiques :

1) Définition :

Une suite arithmétique est une suite de nombres, chacun d'eux s'obtient en ajoutant au précédent un nombre constant appelé raison.

2) Notation :

Dans une suite les termes sont notés $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$.

u_1 est le premier terme.

u_n est le terme de rang n , $u_n = u_{(n-1)} + r$.

La raison est notée r .

3) Exemple :

Les nombres 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 sont les 5 premiers termes d'une suite arithmétique :

- de premier terme $u_1 = 1$
- de raison $r = 2$.

On calcule le sixième terme en ajoutant r au cinquième.

$$u_6 = u_5 + r = 9 + 2 = 11 \quad u_6 = 11$$

4) Calcul d'un terme d'une suite arithmétique connaissant le premier terme :

$$u_2 = u_1 + r$$

$$u_3 = u_2 + r = u_1 + r + r = u_1 + 2r$$

$$u_4 = u_3 + r = u_2 + r + r = u_1 + r + r + r = u_1 + 3r$$

Plus généralement $u_n = u_1 + (n - 1)r$

5) Exercices :

Exercice N°1 : Donner les 4 premiers termes de la suite arithmétique de premier terme $u_1 = 2,5$ et de raison $r = 1,2$.

Exercice N°2 : Une suite arithmétique de raison $r = 4,1$ est telle que $u_5 = -2$. Calculer u_6 , u_7 , u_8 .

Exercice N°3 : Calculer le quinzième terme de la suite arithmétique de premier terme $u_1 = 2$ et de raison $r = -2,6$.

6) Déterminer la raison d'une suite arithmétique :

Une suite arithmétique a pour cinquième terme 10 et pour dixième terme 35. Calculer la raison de la suite. (Exprimer les 2 termes connus en fonction de u_1 et r , puis résoudre le système de 2 équations à 2 inconnues).

II) Suites géométriques :

1) Définition :

Une suite géométrique est une suite de nombres ; chacun d'eux s'obtient en multipliant le précédent par un nombre constant appelé raison.

2) Notation :

Le premier terme de la suite est noté u_1 , la raison q .

$$u_2 = u_1 \times q$$

$$u_3 = u_2 \times q = u_1 \times q^2.$$

$$u_4 = u_3 \times q = u_2 \times q^2 = u_1 \times q^3.$$

Le $n^{\text{ième}}$ terme peut s'exprimer : $u_n = u_{n-1} \times q = u_1 q^{n-1}$.

3) Exemple :

Les nombres 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 sont les 5 premiers termes d'une suite géométrique

- de premier terme $u_1 = 1$
- de raison $q = 2$

4) Exercices :

Exercice N°1 : Donner les 4 premiers termes de la suite géométrique de premier terme $u_1 = 3$ et de raison $q = 2$.

Exercice N°2 : Calculer les 5 premiers termes des suites géométriques définies par :

- premier terme $u_1 = 5$; raison $q = 2$
- premier terme $u_1 = 1000$; deuxième terme $u_2 = 800$.
- premier terme $u_1 = 1$; troisième terme $u_3 = 4$

Exercice N°3 : Déterminer la raison d'une suite géométrique de $3^{\text{ème}}$ terme 5 et de $5^{\text{ème}}$ terme 10. (Aide exprimer u_5 à partir de u_3).

Problème : Les dimensions, exprimées en cm, des formats normalisés utilisés en imprimerie : A_1 ; A_2 ; A_3 ; ... sont partiellement reportés dans le tableau ci-dessous :

Formats	A_1	A_2	A_3	A_4
Longueurs L en cm	84,1			29,7
Largeurs l en cm	59,5			21

- a) Sachant que les longueurs $L_1 ; L_2 ; \dots$ forment une suite géométrique de raison $\frac{\sqrt{2}}{2}$,
calculer L_2, L_3 (résultats arrondis à 0,1).
- b) Sachant que les largeurs $l_1, l_2 ; \dots$ forment une suite géométrique de raison $\frac{\sqrt{2}}{2}$,
calculer l_2, l_3 (résultats arrondis à 0,1).
- c) Calculer L_{11} et l_{11} dimensions d'un timbre poste de format A_{11} .