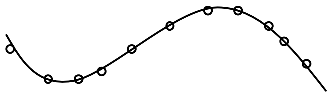
CH VI) Éléments de géométrie plane

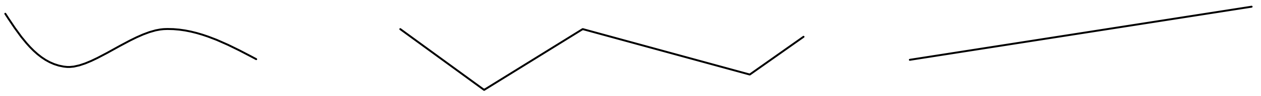
I) Écriture :

1) Le point, la ligne :

On représente un point par « . » ou par « x » . Attention, un point n'a pas de dimension .
La ligne est une succession de points



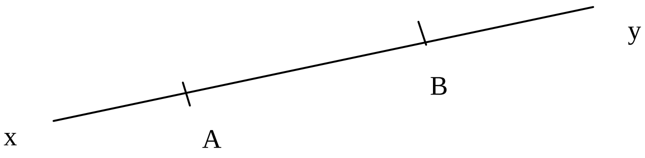
On distingue la ligne courbe, la ligne droite, certaines lignes peuvent être brisées .



Ligne courbe Ligne brisée Ligne droite

2) La droite :

La droite peut être notée (AB), (xy), D



Pour tracer une droite, il faut au minimum deux points .Tracer la droite passant par C et D

3) La demi-droite :

La demi-droite d'origine A est notée [AB) ou [Ax) ou [Ay)

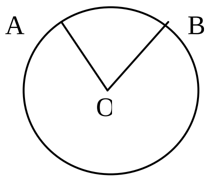
4) Le segment de droite :

Un segment de droite d'extrémités A et B est noté [AB] .

5) Arc de cercle :

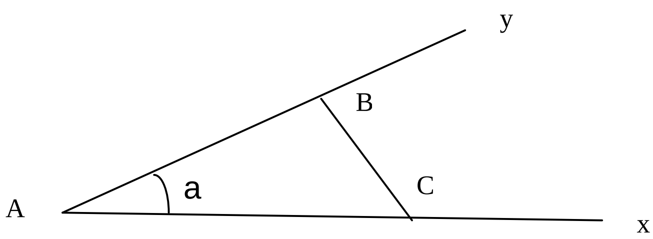
L'arc de cercle intercepté par l'angle rentrant $A\hat{O}B$ est noté $\left[\overset{\frown}{AB}\right]$, sa longueur est notée

$\overset{\frown}{AB}$



6) Angle :

Un angle est noté $B\hat{A}C$, $x\hat{A}y$ ou simplement $\hat{A}$. Souvent pour sa mesure on utilise une lettre grecque .



II) Droites :

J Reportez-vous aux fiches méthode pour les différents tracés

1) Droites perpendiculaires :

Deux droites sont perpendiculaires lorsqu'elle forment un angle droit entre elles .
On écrit $\Delta \perp \Delta'$.

a) Tracez à l'aide d'une règle et d'une équerre deux droites Δ et Δ' perpendiculaires	b) Effectuez le même tracé à l'aide d'une règle et d'un compas

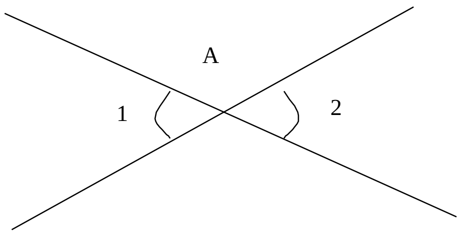
2) Droites parallèles :

Deux droites sont parallèles si elle ne se coupent jamais . On écrit Δ // Δ' .

a) Tracez à l'aide d'une règle et d'une équerre deux droites Δ et Δ' parallèles .	b) Effectuez le même tracé à l'aide d'une règle et d'un compas

3) Droites et angles :

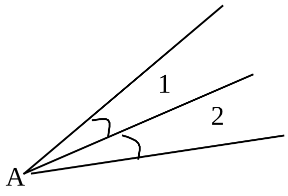
a) Angles opposés par un sommet :



Les angles $\hat{A}_1$ et $\hat{A}_2$ sont opposés par leur sommet

$\hat{A}_1 = \hat{A}_2$

b) Angles adjacents :



Deux angles sont adjacents lorsqu'ils ont un côté commun .

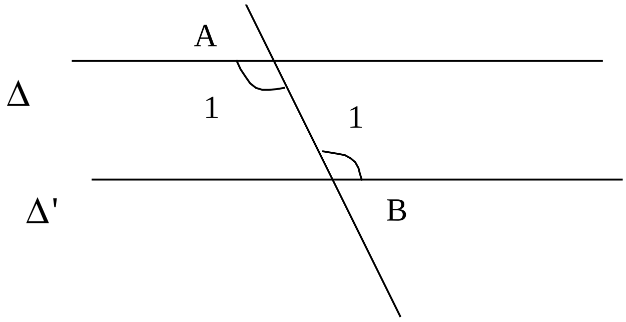
c) Angles complémentaires :

$\hat{A}$ et $\hat{B}$ sont complémentaires si $\hat{A} + \hat{B} = 90°$

d) Angles supplémentaires :

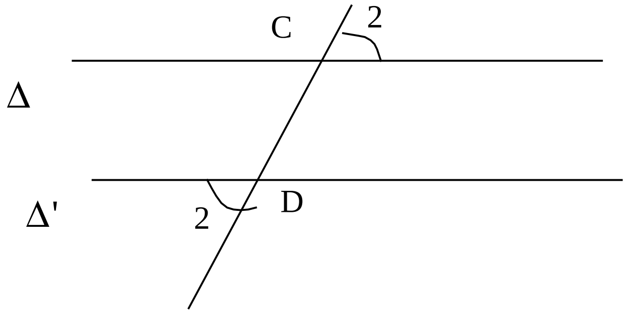
$\hat{A}$ et $\hat{B}$ sont supplémentaires si $\hat{A} + \hat{B} = 180°$

4) Angles et droites parallèles :



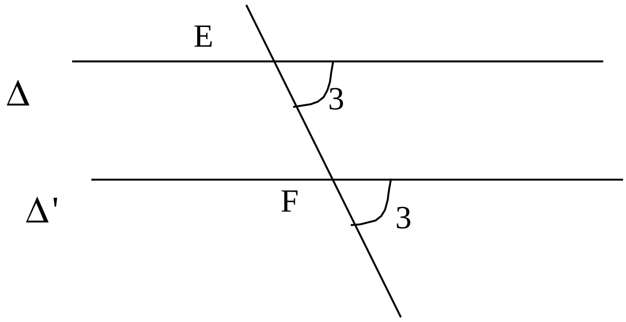
$\hat{A}_1$ et $\hat{B}_1$ sont des angles alternes internes

$\hat{A}_1 = \hat{B}_1$



$\hat{C}_2$ et $\hat{D}_2$ sont des angles alternes externes

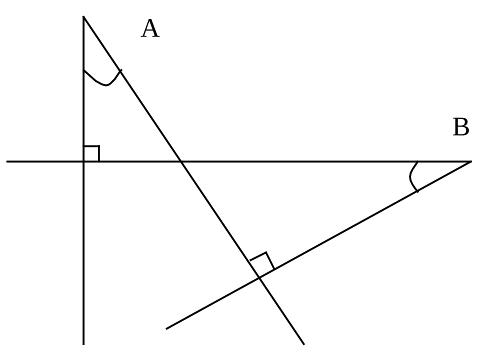
$\hat{C}_2 = \hat{D}_2$



$\hat{E}_3$ et $\hat{F}_3$ sont des angles alternes correspondants

$\hat{E}_3 = \hat{F}_3$

5) Angles aux cotés perpendiculaires :

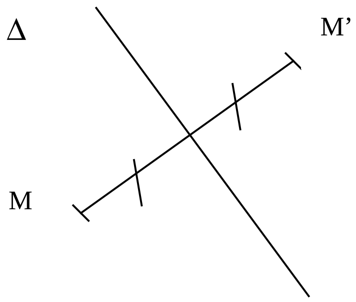


Deux angles ayant respectivement leurs côtés perpendiculaires sont égaux .

$\hat{A} = \hat{B}$

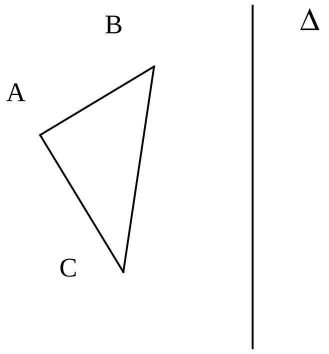
III) Symétries :

1) Symétrie axiale :



Les point M et M' sont symétriques par rapport à l'axe Δ si Δ est la médiatrice du segment [MM']

Quelques propriétés : Soient un triangle ABC et un axe Δ , tracer les symétriques A', B' et C' des points A, B et C . A partir de la figure obtenue, vous compléterez les affirmations à droite du schéma.

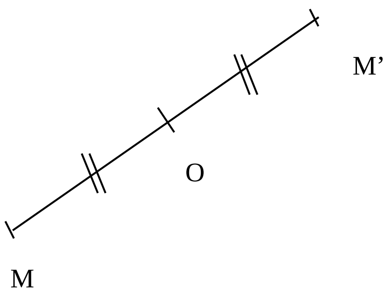


AB A'B'
BC B'C'
AC A'C'

$\hat{A}$ $\hat{A}'$
$\hat{B}$ $\hat{B}'$
$\hat{C}$ $\hat{C}'$

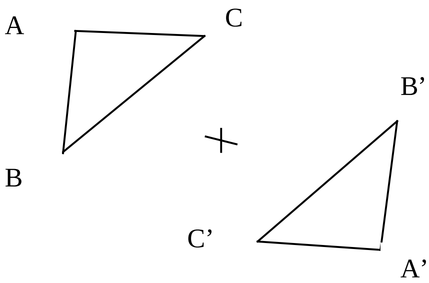
La symétrie axiale conserve les distances et les angles . On dira d'une figure qu'elle possède un axe de symétrie lorsque les deux parties de la figure situées de part et d'autre de Δ sont superposables par pliage autour de Δ .

2) Symétrie centrale :



Les points M et M' sont symétriques par rapport au point O si celui-ci est le milieu du segment [MM'].

Quelques propriétés :

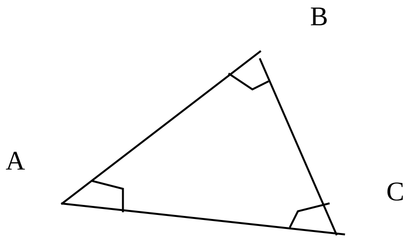


La symétrie centrale conserve les distances, les angles et les directions.

AB = A'B' $\hat{A} = \hat{A}'$
AC = A'C' $\hat{B} = \hat{B}'$
BC = B'C' $\hat{C} = \hat{C}'$
(AB) // (A'B')
(AC) // (A'C')
(BC) // (B'C')

IV) Triangles :

1) Somme des angles :



$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$$

2) Médiatrices, hauteurs, médianes, bissectrices :

a) Médiatrices :

Les médiatrices des côtés d'un triangle se coupent en un point qui est le centre du cercle circonscrit au triangle.

Dans le cadre ci-contre, tracer à la règle et au compas un triangle ABC tel que AB = 4 cm, AC = 6 cm et BC = 5cm.

Tracer les médiatrices des côtés du triangle et le cercle circonscrit au triangle.

b) Hauteurs :

Les hauteurs d'un triangle se coupent en un point appelé orthocentre.

Dans le cadre ci-contre, tracer à la règle et au compas un triangle ABC tel que AB = 5 cm, AC = 6 cm et BC = 4cm.

Représenter les hauteurs du triangle et le point O orthocentre du triangle.

c) Médianes :

Les médianes d'un triangle se coupent en un point G appelé centre de gravité du triangle.

Dans le cadre ci-contre, tracer à la règle et au compas un triangle ABC tel que AB = 3 cm, AC = 6 cm et BC = 4cm.

Représenter les médianes et le centre de gravité du triangle .

d) Bissectrices :

Les bissectrices des angles d'un triangle se coupent en un point I qui est le centre du cercle inscrit dans le triangle.

Dans le cadre ci-contre, tracer à la règle et au compas un triangle ABC tel que AB = 6 cm, AC = 7 cm et BC = 8cm.

Représenter les bissectrices des angles du triangle, le point I et le cercle inscrit dans ce triangle

3) Triangles particuliers :

a) Triangle isocèle :

Un triangle isocèle possède deux côtés égaux, ses angles à la base sont égaux également.

Tracer un triangle ABC tel que AC = 5cm, $\hat{A}$ = 45°
$\hat{C}$ = 45°.
Tracer la hauteur issue de B.
Tracer la médiatrice de [AC]
Tracer la bissectrice de $\hat{B}$.
Conclusion ?

b) Triangle équilatéral :

Un triangle équilatéral a ses trois côtés égaux, ses 3 angles sont égaux également.

Tracer un triangle ABC équilatéral tel que AB = 6 cm.
Tracer les médiatrices de chaque segment, les hauteurs issues des 3 sommets, les bissectrices de chaque angle et les médianes de ce triangle.
Conclusion ?

c) Triangle rectangle :

Un triangle rectangle possède un angle droit, le côté opposé à l'angle droit s'appelle l'hypoténuse.

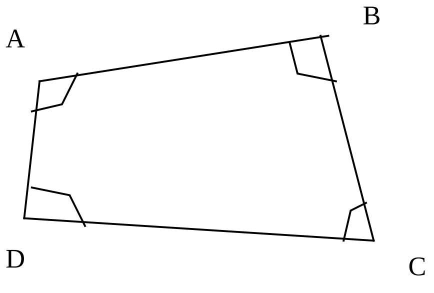
Tracer un triangle ABC rectangle en A tel que AC = 5 cm et AB = 7 cm.

Soit I milieu de [BC], tracer le cercle de centre I et de rayon IB
Conclusion ?

Placer un point D distinct des autres points sur le cercle, que peut-on dire du triangle BCD ?

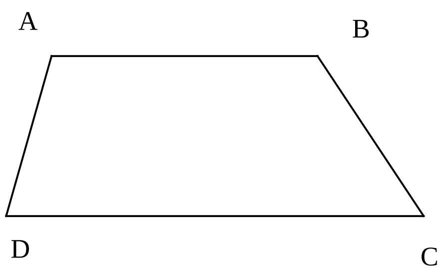
V) Quadrilatères :

1) Somme des angles :



$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360°$$

2) Trapèze :

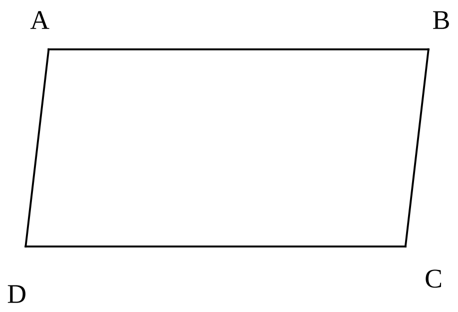


Un trapèze est un quadrilatère ayant deux côtés parallèles.

Lorsqu'un trapèze a deux côtés non parallèles égaux, le trapèze est isocèle.

Lorsqu'un trapèze possède un angle droit, le trapèze est rectangle.

3) Parallélogramme :



Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés sont parallèles deux à deux .

Les côtés sont égaux deux à deux
AB = DC et AD = BC

Les diagonales se coupent en leur milieu .

4) Polygones réguliers :

Les polygones réguliers sont des figures dont les côtés ont une même longueur. Il sont inscriptibles dans un cercle. La distance du centre au côté s'appelle l'apothème. On peut citer parmi les polygones réguliers :

- Le triangle équilatéral :
- Le carré
- Le pentagone

Construction du pentagone régulier :

a) Tracer un cercle C de centre O.
b) Tracer deux rayons de ce cercle perpendiculaires coupant le cercle en A et en B.
c) Tracer le cercle C_1 de centre I milieu de [OA].
d) Tracer le segment [IB] coupant C_1 en D.
e) Tracer l'arc de cercle C_2 de centre B et de rayon [BD] coupant le cercle C en M_1 et M_2 . Cet arc de cercle est la base de construction du pentagone, car il permet par reproduction de partager le cercle en 5 arcs égaux.

Joignez les points M_1M_2, M_2M_3, M_3M_4, M_4M_5 et M_5M_1 .

- L'hexagone

Les six côtés d'un hexagone ont la même longueur que le rayon du cercle dans lequel est inscrit l'hexagone.

Tracer un cercle de centre O et de rayon 3 cm.

Tracer dans ce cercle un hexagone.

Tracer un apothème issu de l'un des côtés.