CH I) Les nombres

I) Les ensembles de nombres

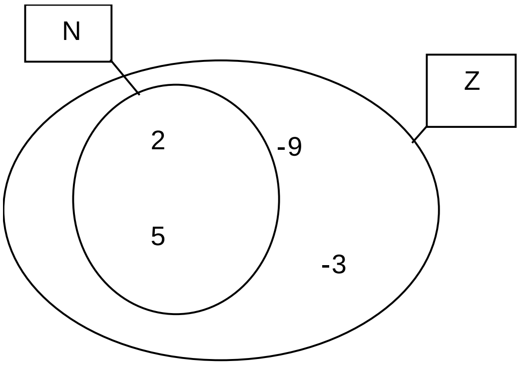
1) Les entiers naturels N :

3 ; 5 ; 9 ; 217 sont des entiers naturels, ils sont écrits à partir des 10 chiffres {0 ;1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 }.

2) Les entiers relatifs Z :

a) Définition :

Les entiers naturels peuvent être précédés d'un signe + ou -, ce sont des entiers relatifs.



b) Valeur absolue, opposé d'un nombre relatif :

On appelle valeur absolue d'un nombre que l'on note entre deux barres le nombre sans son signe.

Ex : $|-5|$ = 5 $|33|$ = 33

L'opposé d'un nombre s'écrit opp(-27)

opp(-27) = 27
Opp(45,2) = -45,2

c) Opérations avec les nombres relatifs :

- Addition :

Exercice : Calculer :

5 + (-10) =
(-12) + (7) =
(127) + (23) =

(-7) + (+12) =
(-32) + (-38) =
(-56) + (-44) =

(17) + (-17) =
(-89) + (+89) =
(-14) + (+13) =

- Soustraction :

Exercice : Calculer :

(+3) - (-7) =	(-5) - (-9) =	(+5) - (-5) =
(+6) - (+6) =	(-32) - (-32) =	(-458) - (242) =
45 - (-23) =	12 - -45 =	-17 - -12 =

- Multiplication :

Exercice : Calculer :

(-3) x (-9) =	4 x (-12) =	(-2) x 5 =
(-2) x (-5) =	(-3) x (+2) =	(+3) x (-2) =
(25) x (-3) =	(-10) x (22) =	(-13) x -100 =

- Division :

Exercice : Calculer :

$\frac{(-12)}{(-6)}$ =	$\frac{(333)}{-3}$ =	$\frac{-2\,550}{-100}$ =

J Pour trouver le signe d'une opération où sont mélangées multiplications et divisions, on calcule le nombre de signes négatifs

- Si ce nombre est pair, le résultat sera positif
- Si ce nombre est impair, le résultat sera négatif

Exemple : $\frac{(-20)}{2}$ x (-3)   20 : 2 x 3 = 30   Il y a deux signes négatifs, le résultat sera positif.

$\frac{(-20)}{2}$ x (-3) = +30

J Lorsque dans une opérations, il y a plusieurs additions ou soustractions, on peut les faire deux par deux.

Exemple : Calculer :

$\underbrace{(-3) + (-6)}$ - (+7) =

(-3) - (+7) = (-3) + (-7) = - 10

Exercice : Calculer :

(-5) + (-7) - (-3) =

(-2) x (-3) x (-4) =

(-3) - (-4) + (-7) =

(-3) - (-4) - (-7) =

$\frac{(-6)}{(-3)} \times \frac{(-3)}{(-1)} =$

$(-3) \times \frac{(-12)}{(+4)} =$

(+3) + (+7) - (-5) =

$(-7) \times (-2) \times \frac{(-6)}{(+2)} =$

3) Les nombres décimaux $\mathbb{D}$:

J Un nombre décimal est composé d'une partie entière, d'une virgule et d'une partie décimale.

17 , 432

Partie entière

Virgule

Partie décimale

Exercice : Pour chacun des nombres suivants, donner la partie entière et la partie décimale. Faire un tableau. 125,17 ; 0 ,33 ; 432

Nombres	Partie entière	Partie décimale
125,7		
0,33		
432		

4) Les nombres rationnels Q :

Calculer $\frac{1}{4} =$

$\frac{2}{7} =$

$\frac{1}{4}$ et $\frac{2}{7}$ sont des écritures fractionnaires.

$\frac{1}{4}$ est un nombre rationnel décimal

$\frac{2}{7}$ est un nombre rationnel non décimal (La partie décimale est « infinie »)

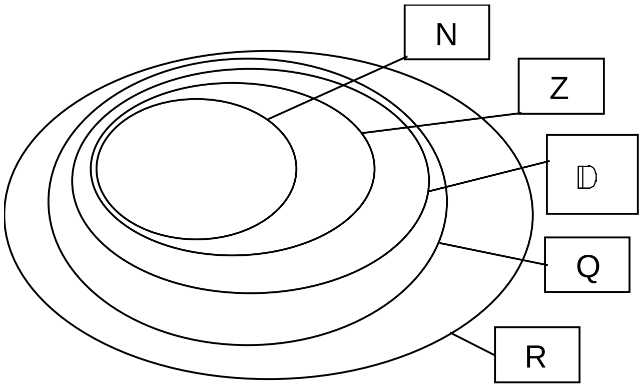
J Un nombre rationnel peut s'écrire sous la forme d'un rapport de deux nombres entiers.

Calculer $\sqrt{2}$ =

J $\sqrt{2}$ ne peut être obtenu en divisant deux nombres entiers, c'est un nombre irrationnel.

5) Les nombres réels R :

Les nombres réels correspondent à l'ensemble de tous les nombres.



Exercice : Mettre une croix si le nombre appartient à l'ensemble.

Nombres	N	Z	$\mathbb{D}$	Q	R
2	X	X	X	X	X
-5		X	X	X	X
$\frac{1}{4}$			X	X	X
$\sqrt{3}$					X
p					X
$\frac{4}{3}$				X	X

I I) Classement des nombres :

1) Ordre croissant, ordre décroissant :

Exercice : Classer dans l'ordre croissant, utiliser le symbole approprié.

-37,5 22,09 -22,09 0,1 -37,05 22,901

Exercice : Classer dans l'ordre décroissant, utiliser le symbole approprié.

12,501 -3,07 -3,071 3,7 3,701 11,501

2) Valeur approchée, arrondi :

a) Valeur approchée par excès, par défaut :

Donner la valeur approchée par excès au centième près de 10,3254.

Donner la valeur approchée par défaut au centième prés de 10,3254.

b) Arrondi :

Arrondir 10,3254 au millième prés.

Exercice : Arrondir 327,24563

- Au dixième prés par excès :
- Au millième prés :
- A l'unité prés :
- A la dizaine prés :

III) Les quatre opérations :

1) Addition :

Calculer la somme de 1 792 et de 32,043.

2) Soustraction :

Calculer la différence entre 1 792 et 32,043.

3) Multiplication :

Calculer le produit entre 0,45 et 2,33. Faire la preuve par 9.

4) Division :

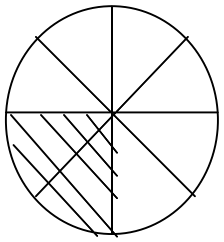
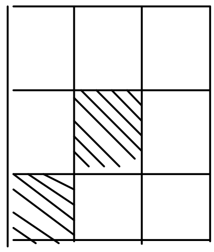
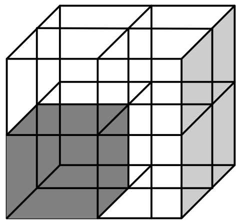
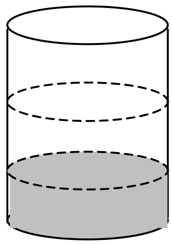
Calculer le quotient entre 143,64 et 27.

Calculer le quotient entre 97,884 et 27,19.

IV) Les fractions :

1) Activité :

Associer à chaque partie hachurée la fraction de l'ensemble représenté .

___ ___ ___ ___

Compléter les phrases suivantes :

Le nombre 60 représente ----------------------------------- de 120
Le nombre 10 représente ----------------------------------- de 50
Le nombre 20 représente ----------------------------------- de 80
Le nombre 12 représente ----------------------------------- de 36
Le nombre 1,5 représente ----------------------------------- de 15
Le nombre 0,158 représente ----------------------------------- de 158
Le nombre 0,02 représente ----------------------------------- de 2
Le nombre 3,25 représente ----------------------------------- de 65
Le nombre 27,5 représente ----------------------------------- de 2750
Le nombre 5 % représente ----------------------------------- de 10 %
Le nombre $33\frac{1}{3}$ représente ----------------------------------- de 100

2) Définitions :

La division de A par B donne un nombre que l'on peut noter : $\frac{A}{B}$

A est le numérateur et B le dénominateur .

« Fractions », « quotients », « rapports » sont à peu prés synonymes.

« Fractions » désigne plutôt l'écriture $\frac{A}{B}$ et le quotient est plutôt le résultat de la division de A par B . Ce résultat est appelé valeur décimale de la fraction.

Une fraction ne peut avoir un dénominateur nul $\frac{1}{0}$ n'existe pas, alors que $\frac{0}{1}$ existe et vaut 0

3) Simplification de fractions

On peut multiplier ou diviser par un même nombre non nul le numérateur et le dénominateur sans changer la valeur du rapport $\frac{a}{b}$, en effet $\frac{a}{b} = \frac{a.c}{b.c}$.

De ce fait on peut simplifier l'écriture d'une fraction, on dit qu'on la réduit . Une fraction « irréductible » est une fraction que l'on ne peut plus simplifier .

: 25

Exemple : $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

: 25

Attention $\frac{5}{20}$ est aussi équivalente à $\frac{25}{100}$ en conséquence $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{20}$ et $\frac{25}{100}$ sont des fractions équivalentes .

<u>Exercice :</u> Chercher une fraction équivalente à $\frac{25}{100}$ tel que le numérateur est 12 et une autre tel que le dénominateur est 36 $\frac{25}{100} = \frac{12}{\quad} = \frac{\quad}{36}$

<u>Exercice :</u> Écrire les fractions suivantes sous forme de fractions irréductibles .

$\frac{6}{8} =$ $\frac{4}{10} =$ $\frac{75}{100} =$ $33\ {}^{1}\!/_{3} =$

$\frac{168}{240} =$ $\frac{23}{45} =$ $\frac{35}{60} =$ $\frac{49}{98} =$

J Parfois certaines fractions sont composées de nombres si grands qu'il nous est difficile au premier coup d'œil de les simplifier. Il faut donc connaître les règles de divisibilité des nombres.

Un nombre est divisible par 2 lorsqu'il se termine par un nombre pair $\{0\,;2;4;6\,ou\,8\}$

Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3
Ex : 714 est divisible par 3 car 7 + 1 + 4 = 12 et 1 + 2 = 3 qui est divisible par 3

Un nombre est divisible par 4 si ses deux derniers chiffres sont divisible par 4
Ex : 1972 est divisible par 4 car 72 est divisible par 4 ; 72 : 2 = 36 et 36 : 2 = 18

Un nombre est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou 5

Un nombre est divisible par 6 s'il est divisible par 2 et par 3
Ex : 972 est divisible par 6 car il se termine par un nombre pair et 9 + 7 + 2 = 18 et 1 + 8 = 9

Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9

Ex : 5841 est divisible par 9 car 5 + 8 + 4 + 1 = 18 et 1 + 8 = 9

Un nombre est divisible par 10 lorsqu'il se termine par 0

Un nombre est divisible par 11 si la différence entre la somme des chiffres de rang pair et la somme des chiffres de rang impair (ou inversement) est égale à 0 ou à un multiple de 11

Chiffres de rang impair 5 + 3 + 2 = 10

Ex : 56342

Chiffres de rang pair 6 + 4 = 10

et 10 – 10 = 0

Ex : Les nombres suivants sont ils divisibles par 11 ?

209 ; 847 ; 7 856 386

Un nombre est divisible par 25 s'il se termine par 00 ; 25 ; 50 ou 75

On peut établir d'autres règles de divisibilité en combinant les règles précédentes

Ex : Un nombre est divisible par 15 s'il se termine par 0 ou 5 et si la somme de ses chiffres est divisible par 3. 4 545 est divisible par 15 car il se termine par 5 et 4 + 5 + 4 + 5 = 18 et 1 + 8 = 9

4) Opérations avec les fractions :

Exercice : Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$\frac{6}{7} - \frac{2}{7} =$$

$$\frac{6}{3} + \frac{3}{5} =$$

$$\frac{15}{8} - \frac{11}{9} =$$

$$\frac{5}{4} - \frac{1}{2} - \frac{2}{5} =$$

Exercice : Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$\frac{4}{9} \times \frac{9}{15} =$ $\qquad$ $\frac{6}{5} \times \frac{15}{36} =$ $\qquad$ $\frac{88}{99} \times \frac{45}{16} =$

Exercice : Calculer et donner le résultat sous la forme de fraction irréductible.

$\frac{4}{7} : \frac{3}{7} =$ $\qquad$ $\frac{45}{27} : \frac{25}{36} =$ $\qquad$ $\frac{48}{18} : \frac{36}{27} =$

Problème : On partage une somme de 16 000 € entre 3 personnes :

La première reçoit $\frac{1}{4}$ de la somme, la deuxième reçoit $\frac{3}{16}$ de la somme et la troisième le reste .

Calculer : a) Les parts

b) La fraction représentée par les deux premières parts

c) La fraction représentée par la troisième part

Problème : Une pompe est capable de vider seule la cargaison d'un bateau citerne en 15 h . Une autre pompe peut la vider en 10 h .
Combien de temps faudrait-il aux deux pompes fonctionnant ensemble pour décharger ce bateau (Calculer la fraction de cargaison vidée en 1 h) ?

N.B. : Si vous avez internet chez vous. Vous pouver vous connecter sur le site http://jc.meier.free.fr et télécharger dans logiciels gratuits : nombres112. Vous aurez la possibilité de faire de nombreux exercices à la maison.