CH IX Équivalence d'effets - Paiement à crédit

I) Équivalence de deux capitaux :

1) Définition :

Le taux d'intérêts étant fixé, deux capitaux sont équivalents s'ils ont la même valeur actuelle à une date donnée appelée date d'équivalence.

2) Exemple :

Deux effets sont négociés aux taux de 8 % l'an.
Le 1er mars, un effet de 6 000,00 € à échéance le 31 mars a pour valeur actuelle a_1 :

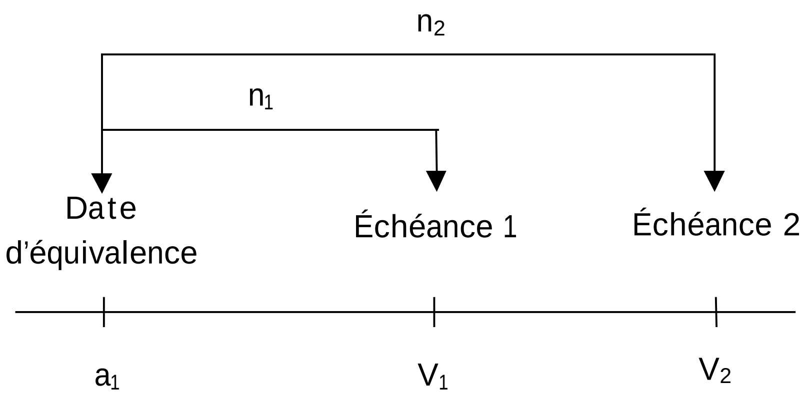
$$a_1 = V_1 - V_1.t.n_1 = 6\,000 - \frac{6\,000 \times 8 \times 30}{36\,000} = 6\,000 - 40 = 5\,960{,}00 \text{ €}$$

Le 1er mars, un effet de 6 050,00 € à échéance le 7 mai a pour valeur actuelle a_2 :

$$a_2 = V_2 - V_2.t.n_2 = 6\,050 - \frac{6\,050 \times 8 \times 67}{36\,000} = 6\,050 - 90{,}07 \approx 5960{,}00 \text{ €}$$

Le 1er mars, les deux effets sont pratiquement équivalents.

Dans ces conditions, on peut remplacer un effet par un autre, il y a équivalence des capitaux le jour du remplacement.
L'équation d'équivalence peut s'écrire : $V_1 - V_1.t.n_1 = V_2 - V_2.t.n_2$



Exercice : Le 1er mars , un effet de 8 000,00 € échéant le 31 mars est remplacé par un effet de 8 100,00 € échéant le 19 mai. Le taux d'escompte est 9 % l'an.

a) calculer le nombre de jours à courir de chaque effet.

b) Déterminer la valeur actuelle de chaque effet le 1er mars.

c) En déduire que les deux effet sont équivalents le jour du remplacement.

3) Remplacement d'un effet par un autre :

Un effet peut être remplacé par un autre si les deux effets ont la même valeur actuelle le jour du remplacement. Ils sont alors équivalents.

Exemple : Le 6 avril, un client demande à son fournisseur de remplacer une traite de 4 500,00 € à échéance le 30 avril par une traite à échéance le 25 juin. Le taux d'escompte est 9 % l'an, quelle sera la valeur nominale de l'effet de remplacement.

Méthode : a) On détermine la valeur actuelle de l'effet à remplacer.

$$a_1 = V_1 - V_1.t.n_1 = 4\,500 - \frac{4\,500 \times 9 \times 24}{36\,000} = 4\,500 - 27 = 4\,473{,}00 \text{ €}$$

b) On calcul le nombre de jours correspondant à l'effet de remplacement :

$n_2 = (30 - 6) + 31 + 25 = 80$ jours.

c) On calcule la valeur nominale V_2 de l'effet de remplacement :

$a_1 = V_2 - V_2.t.n_2$

$$4\,473 = V_2 - V_2 \times \frac{9 \times 80}{36\,000}$$

$$4\,473 = V_2 - V_2 \times 0{,}02$$

$$4\,473 = 0{,}98.V_2$$

$$V_2 = \frac{4\,473}{0{,}98} = 4\,564{,}285 \text{ soit } 4\,564{,}29 \text{ €}$$

Exercice : Un effet de valeur nominale V échéant le 30 novembre est remplacé le 31 octobre par un effet de valeur nominale 7 800,00 € échéant le 14 janvier de l'année suivante. Calculer la valeur nominale de l'effet remplacé. Le taux d'escompte est 10,2 % l'an.

II) Paiement à crédit :

1) Définition :

Le paiement à crédit est constitué d'un versement comptant et de mensualités (ou annuités) le plus souvent constantes.
Le paiement à crédit est équivalent au paiement comptant le jour de la vente.

2) Exemple :

Un mobilier proposé 6 799,00 € au comptant. Le paiement à crédit se fait aux conditions suivantes :

- versement comptant de 1 750,00 €.
- 3 mensualité de 1 700,00 €, la première payable un mois après l'achat.

Le taux de crédit est 6 % l'an.

Le jour de la vente les traites ont pour valeurs actuelles :

$$a_1 = 1\,700 - \frac{1\,700 \times 6 \times 1}{1200} = 1\,700 - 8,50 = 1\,691,50 \text{ €}$$

$$a_2 = 1\,700 - \frac{1\,700 \times 6 \times 2}{1200} = 1\,700 - 17 = 1\,683,00 \text{ €}$$

$$a_3 = 1\,700 - \frac{1\,700 \times 6 \times 3}{1200} = 1\,700 - 25,5 = 1\,674,50 \text{ €}$$

1 750 + 1 691,50 + 1 683 + 1 674,50 = 6 799,00 €
La somme des valeurs actuelles des traites et du versement comptant est égal au prix du mobilier.

3) Calcul des mensualités dans un paiement à crédit :

Une voiture coûtant 75 000,00 € est payée à crédit par :

- un versement comptant de 45 000,00 €
- 6 traites mensuelles de même valeur nominales, la premier échéant un mois après l'achat. Le taux de crédit est 5 % l'an, calculer la valeur nominale de chaque traite.

Méthode : a) On exprime la valeur actuelle de chaque traite en fonction de sa valeur nominale V.

$$a_1 = V - \frac{V \times 5 \times 1}{1200} \qquad a_2 = V - \frac{V \times 5 \times 2}{1200} \qquad a_3 = V - \frac{V \times 5 \times 3}{1200}$$

$$a_4 = V - \frac{V \times 5 \times 4}{1200} \qquad a_5 = V - \frac{V \times 5 \times 5}{1200} \qquad a_6 = V - \frac{V \times 5 \times 6}{1200}$$

b) Écrire l'équation d'équivalence entre le paiement comptant et le paiement à crédit et la résoudre.

$45\,000 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 75\,000$

$$45\,000 + 6V - \frac{V \times 5}{1200}(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) = 75\,000$$

$$6V - \frac{V \times 5 \times 21}{1200} = 75\,000 - 45\,000$$

$5{,}9125V = 30\,000$

$$V = \frac{30\,000}{5{,}9125} \approx = 5\,074{,}00 \text{ €}$$

La voiture coûtera à crédit 45 000 + 6 x 5 074 = 75 444,00 €

Exercice : Un concessionnaire propose pour le paiement d'un véhicule coûtant 75 600,00 € les conditions suivantes :

- apport initial de 25 600,00 €.
- 12 mensualités équivalentes, la première échéant un mois après l'achat, à un taux de 9,6 % l'an.

a) Calculer le montant de chaque mensualité.
b) En déduire le coût du crédit.