

CH II Puissances

I) Définition :

Si a est un nombre réel non nul et n un entier positif :

$$\text{Si } n > 1 \quad a^n = a \times a \times a \times a \dots \dots \dots \times a \quad (n \text{ fois})$$

$$\text{Si } n = 1 \quad a^1 = a$$

$$\text{Si } n = 0 \quad a^0 = 1$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Exercice : A l'aide de la calculatrice, calculer :

$$12,5^3 =$$

$$(-27,3)^4 =$$

$$0,05^4 =$$

$$-0,02^4 =$$

$$(-12,3)^3 =$$

$$-(-12,5)^2 =$$

II) Propriétés :

$$\bullet \quad a^n \times a^p = a^{n+p}$$

$$\text{Exemple : } 4^3 \times 4^2 = 4^5$$

$$\text{En effet } 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^5$$

$$, \quad (a^n)^p = a^{n \times p}$$

$$\text{Exemple : } (2^4)^2 = 2^8$$

$$(2^4)^2 = (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)$$

$$f \quad (a \times b)^n = a^n \times b^n$$

$$\text{Exemple : } (3 \times 7)^3 = 3^3 \times 7^3$$

$$\text{En effet } (3 \times 7)^3 = 3 \times 7 \times 3 \times 7 \times 3 \times 7 = 3^3 \times 7^3$$

$$" \quad \frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$$

$$\text{Exemple : } \frac{3^5}{3^2} = 3^3$$

$$\frac{3^5}{3^2} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3} = 3^3$$

$$\dots \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Exercice : Donner une écriture simplifiée lorsque cela est nécessaire, puis à l'aide de la calculatrice calculer :

$$2^3 \times 2^5 =$$

$$3^2 \times 3^3 =$$

$$4 \times 4^4 =$$

$$(-2)^3(-2)^2(-2) =$$

$$(-3)^3(-3)(-3)^2 =$$

$$(-5)^2(-5)(-5) =$$

$$\frac{3^5}{3^2} =$$

$$\frac{(-5)^4}{(-5)^3} =$$

$$\frac{2^{11}}{2^{13}} =$$

$$\frac{3^8 \times (-2)^7 \times (-3)^4}{(-2)^{13} \times (4)^3} =$$

$$\frac{3^4 \times 2^3 \times 5}{5^2 \times 8} =$$

Exercice : Simplifier les écritures suivantes :

$$a^5 \cdot a^7 \cdot a^{-3} =$$

$$a^3 \cdot a^{-1} \cdot a^0 =$$

$$(a^3)^{-2} \cdot a^5 =$$

$$4 a^2 \cdot b^2 \times a^7 \cdot b^7 =$$

$$3 a^2 \cdot b (-5 a^3 \cdot b^{-2} \cdot c) =$$

$$(a^3)^{-2} \cdot a^{-5} =$$

$$\frac{3}{5} x \cdot y^2 \times \frac{5}{3} x^2 \cdot y =$$

$$(-x y^2 z)^5 =$$

$$(-2 a b^2 c^3)^2 (-5 a^3 b c) =$$

$$\frac{12 a^5 b^3}{6 a^2 b^5} =$$

$$\frac{(a^7 b)^3}{(ab)^2 (a^2 b^3)^5} =$$

$$\frac{4 a^2 (b^3 c)^4 \times (-2 a^3)}{6 abc^3 \times a^4 b^{-3}} =$$

III) Puissances de 10, écriture scientifique d'un nombre :

1) Puissances positives de 10 :

Calculer :

$$10^0 =$$
$$10^1 =$$
$$10^2 =$$
$$10^5 =$$
$$10^{10} =$$

10^n s'écrit en ajoutant n zéro après le « 1 » .

2) Puissances négatives de 10 :

Calculer :

$$10^{-1} =$$
$$10^{-2} =$$
$$10^{-3} =$$
$$10^{-5} =$$
$$10^{-10} =$$

10^{-n} s'écrit en ajoutant n zéro avant le « 1 » et en mettant une virgule entre le premier et le deuxième zéro.

3) Écriture sous forme d'une puissance de 10 :

$$\begin{aligned} 30\ 000 &= 3 \times 10\ 000 = 3 \times 10^4 \\ &= 30 \times 1000 = 30 \times 10^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0,000\ 4 &= 4 \times 0,000\ 1 = 4 \times 10^{-4} \\ &= 0,4 \times 0,001 = 0,4 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

On peut écrire tous les nombres à l'aide d'une puissance de 10.

Exercice : transformer les écritures suivantes en donnant les exposants :

$$3,256 \cdot 10^3 = 325,6 \cdot 10$$

$$45,123 \cdot 10^5 = 4,5123 \cdot 10$$

$$0,0123 \cdot 10^4 = 1,23 \cdot 10$$

$$7\ 896 \cdot 10^{-3} = 78,96 \cdot 10$$

$$6,73 \cdot 10^5 = 673 \cdot 10$$

$$0,639 \cdot 10^{-3} = 63,9 \cdot 10$$

4) Écriture scientifique d'un nombre :

L'écriture scientifique d'un nombre est l'écriture de ce nombre ayant un seul chiffre non nul avant la virgule multiplié par une puissance de 10.

Exercice : Écrire sous forme scientifique.

$$1\ 740 =$$

$$2\ 630\ 000 =$$

$$0,023 =$$

$$0,009\ 85 =$$

$$7\ 896 \cdot 10^{-3} =$$

$$0,639 \cdot 10^{-3} =$$

$$45,123 \cdot 10^5 =$$

$$0,0123 \cdot 10^4 =$$