CH IV Les fonctions usuelles

I) Fonctions carrées :

1) Fonction $x \longmapsto x^2$:

a) Domaine de définition :

$D_f = R$

b) Particularité :

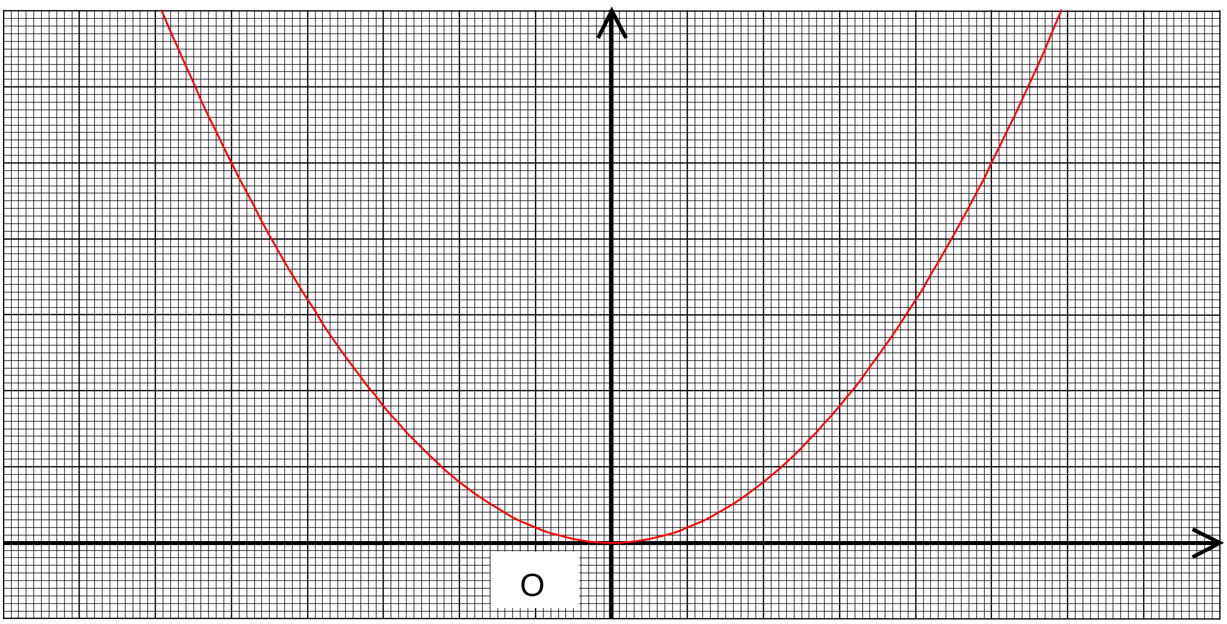
$f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$ donc la fonction est paire, elle admet l'axe des ordonnées comme axe de symétrie.

c) Sens de variation :

x	- z		+ z
		0	
f(x)	↘	0	↗

d) Courbe représentative :

La courbe représentative de cette fonction est une parabole de sommet O.



2) Fonction $x \longmapsto ax^2$:

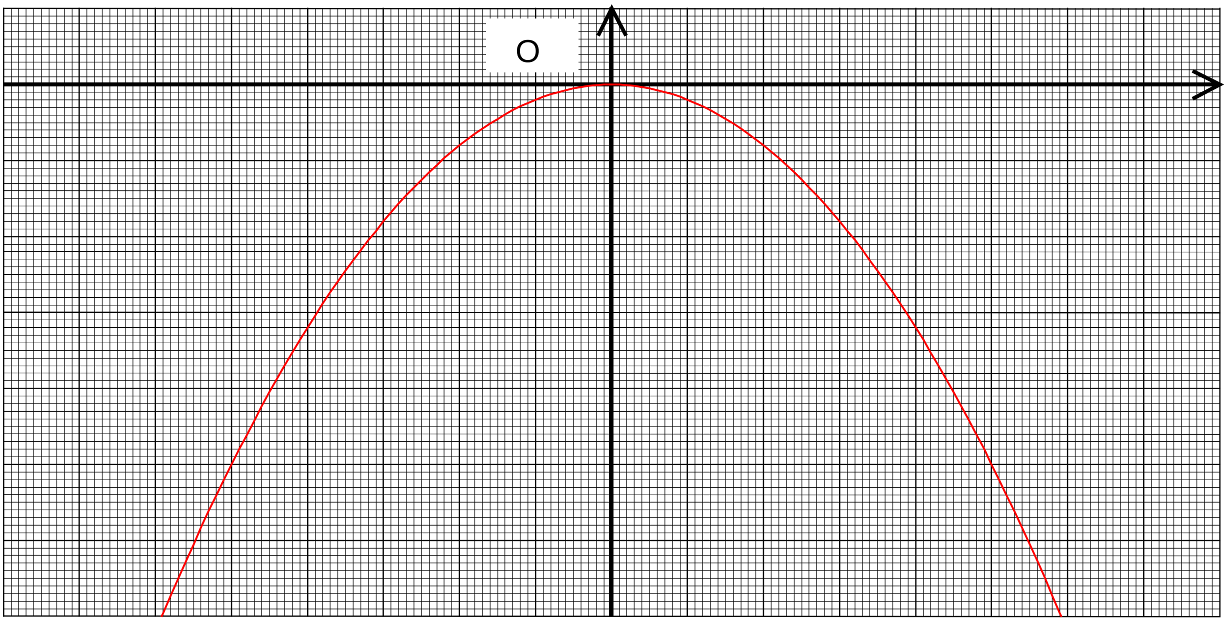
a) Si a est positif :

L'étude de la fonction $x \longmapsto ax^2$ est la même que celle qui a $x \longmapsto x^2$.

b) Si a est négatif :

x	- z		0		+ z
f(x)		↗	0	↘	

La courbe est alors la suivante :



3) Fonction $x \longmapsto ax^2 + b$:

L'étude de la fonction est la même que précédemment, seul le sommet change. Ce n'est plus le point O(0 ; 0) mais un point de cordonnées (0 ; b) .

Si $a > 0$

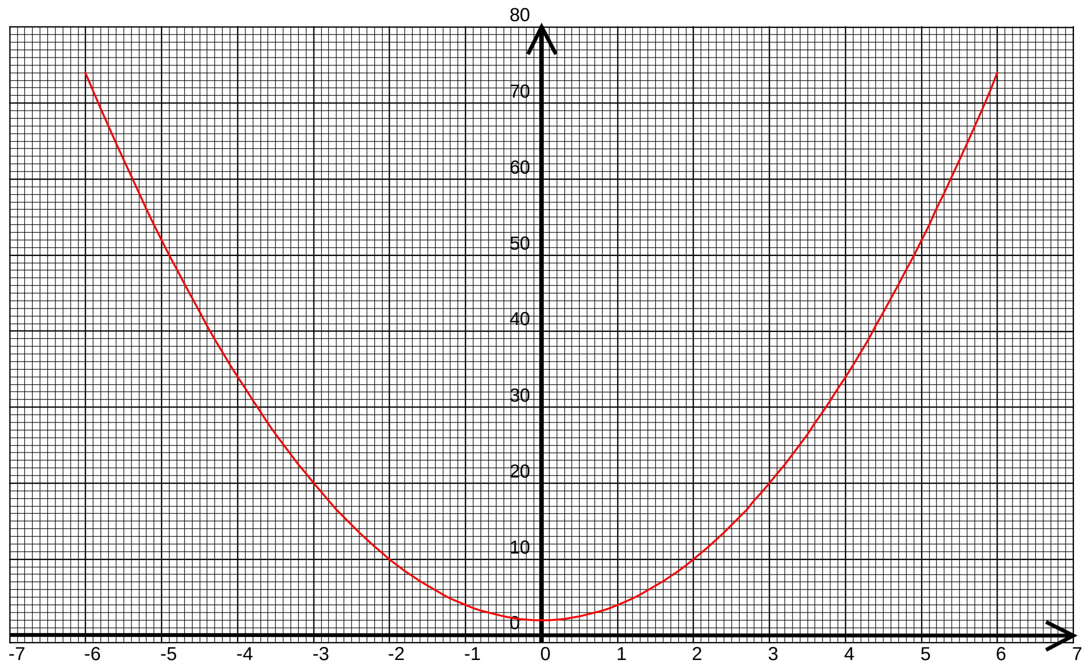
x	- z		0		+ z
f(x)		↘	b	↗	

Si $a < 0$

x	- z		0		+ z
f(x)		↗	b	↘	

<u>Exemple :</u> Soit la fonction $f(x) = 2x^2 + 2$ définie sur [-6 ; 6].

x	-6	0	6
f(x)	74 ↘	2	↗ 74



II) Fonctions cubes :

1) Fonction : $x \longmapsto x^3$:

- Domaine de définition : $D_f = R$

- Particularité :

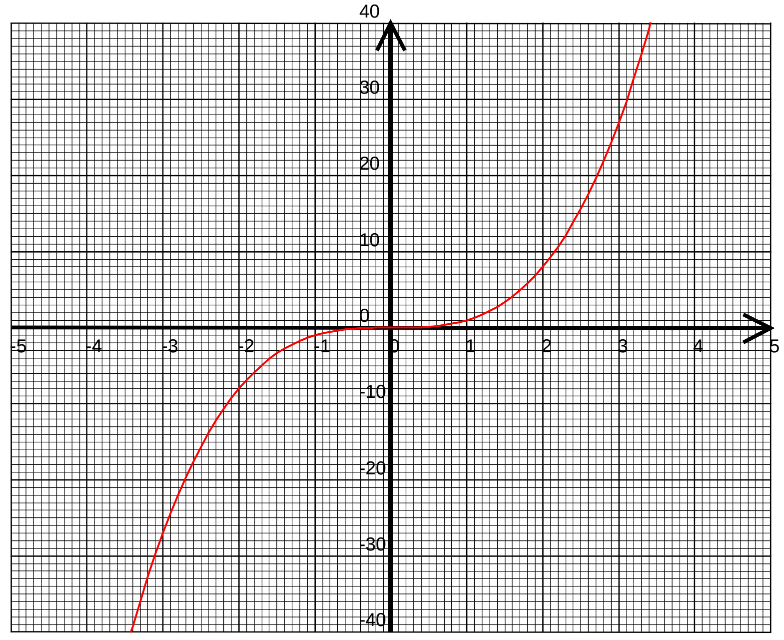
$$- f(x) = - x^3 = (- x)^3 = f(- x)$$

La fonction est impaire, elle admet O (0 ; 0) comme centre de symétrie.

- tableau de variation :

x	- z	0	+ z
f(x)	- z ↗	0	↗ + z

- Courbe représentative :



2) Fonction $x \longmapsto ax^3$:

L'étude de la fonction est la même que précédemment, seul le signe de a peut changer la croissance de la courbe.

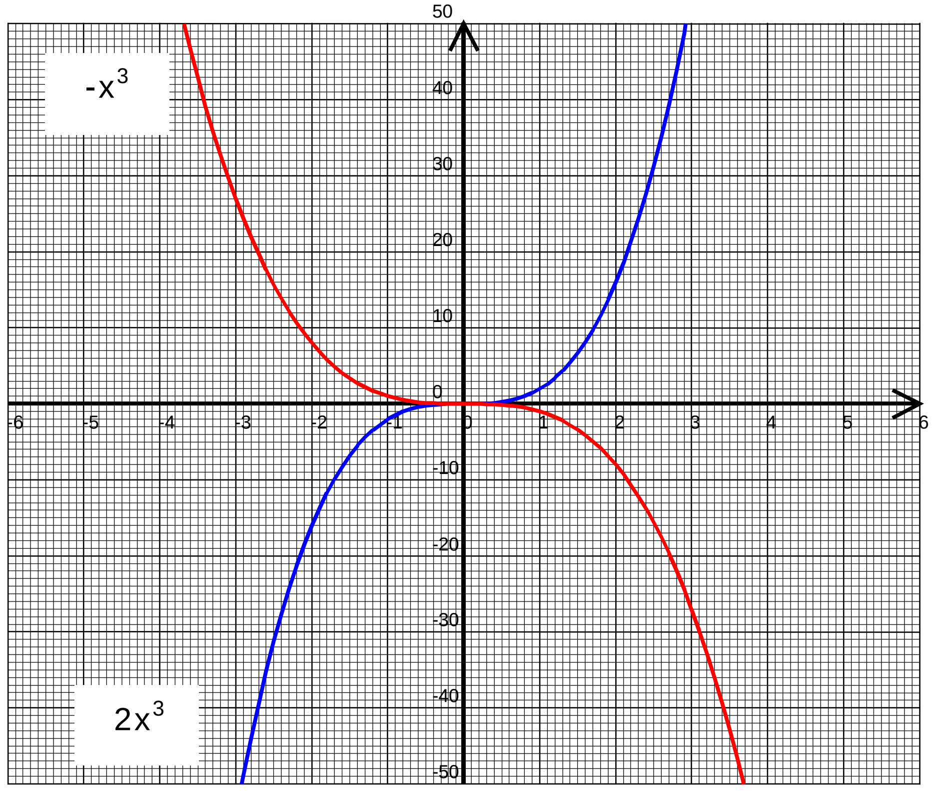
Si a > 0

x	- z		0		+ z
f(x)	- z	↗	0	↗	+ z

Si a < 0

x	- z		0		+ z
f(x)	+ z	↘	0	↘	- z

Exemple : Observons les représentations graphiques de $f(x) = 2x^3$ et $g(x) = -x^3$.



III) Fonction inverse :

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{1}{x}$ pour $x \neq 0$

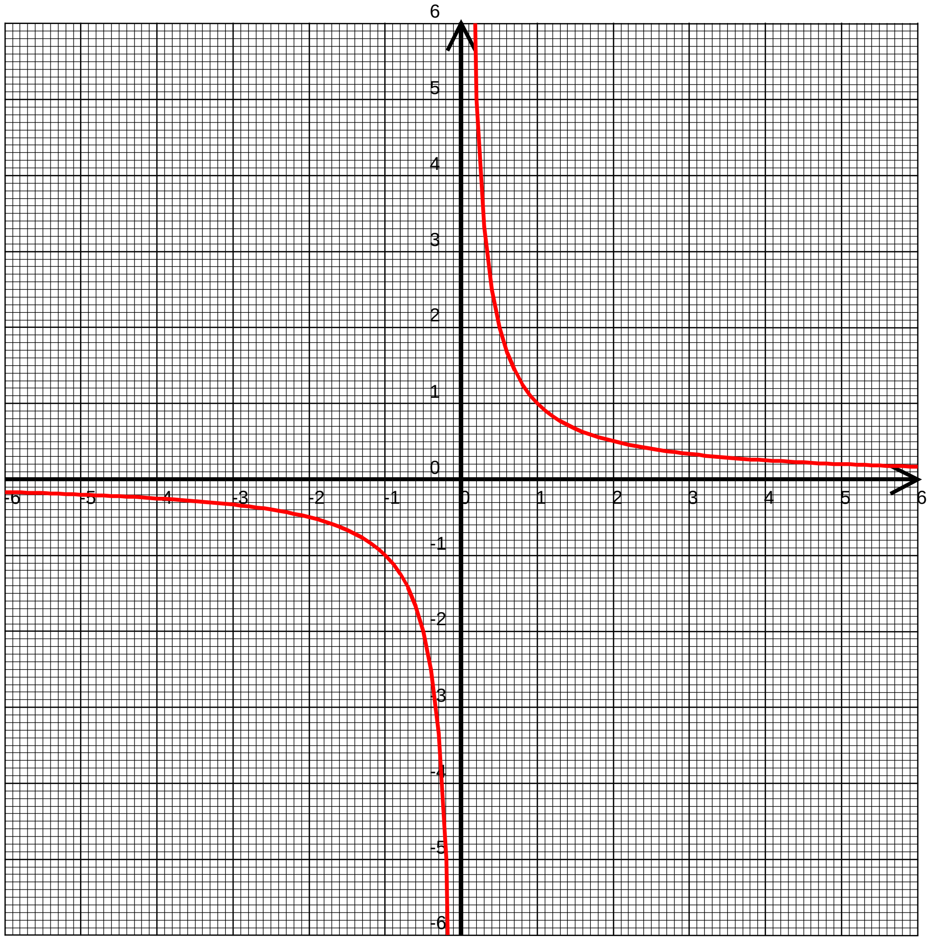
- $D_f = \mathbb{R}^*$
- Particularité : $f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -f(x)$. La fonction est impaire et admet O (0 ; 0) comme centre de symétrie.

- Sens de variation :

x	- z	0	+ z
f(x)	0 ↘ - z	‖	+ z ↘ 0

- Représentation graphique :

La courbe représentative de cette fonction est appelée hyperbole.



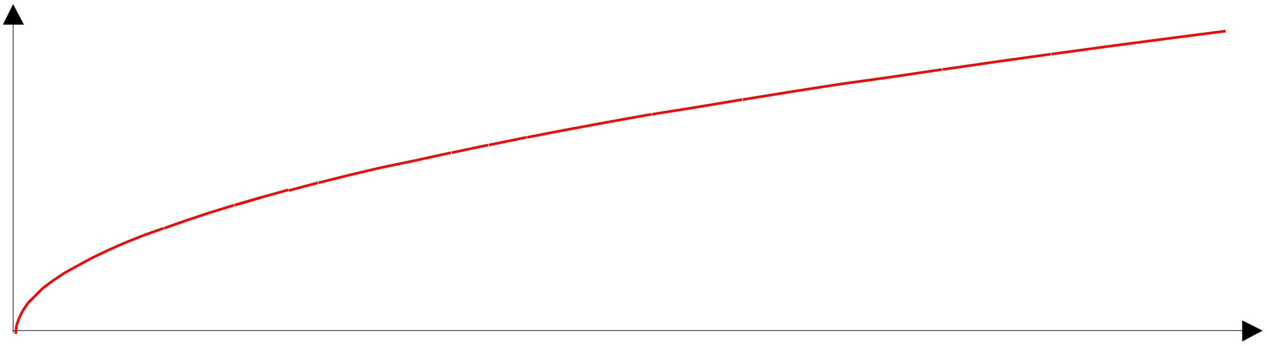
IV) Fonction racine carrée :

Soit f la fonction définie par $f(x) = \sqrt{x}$ pour x > 0.

- D_f = [0 ; + z [
- Sens de variation :

x	0	+ z
f(x)	0	+ z

- Représentation graphique :



V) Exercices :

Exercice N° 1 : La masse idéale en kg d'un individu est donnée en fonction de sa taille t (en cm) par les expressions suivantes pour $100 < t < 220$.

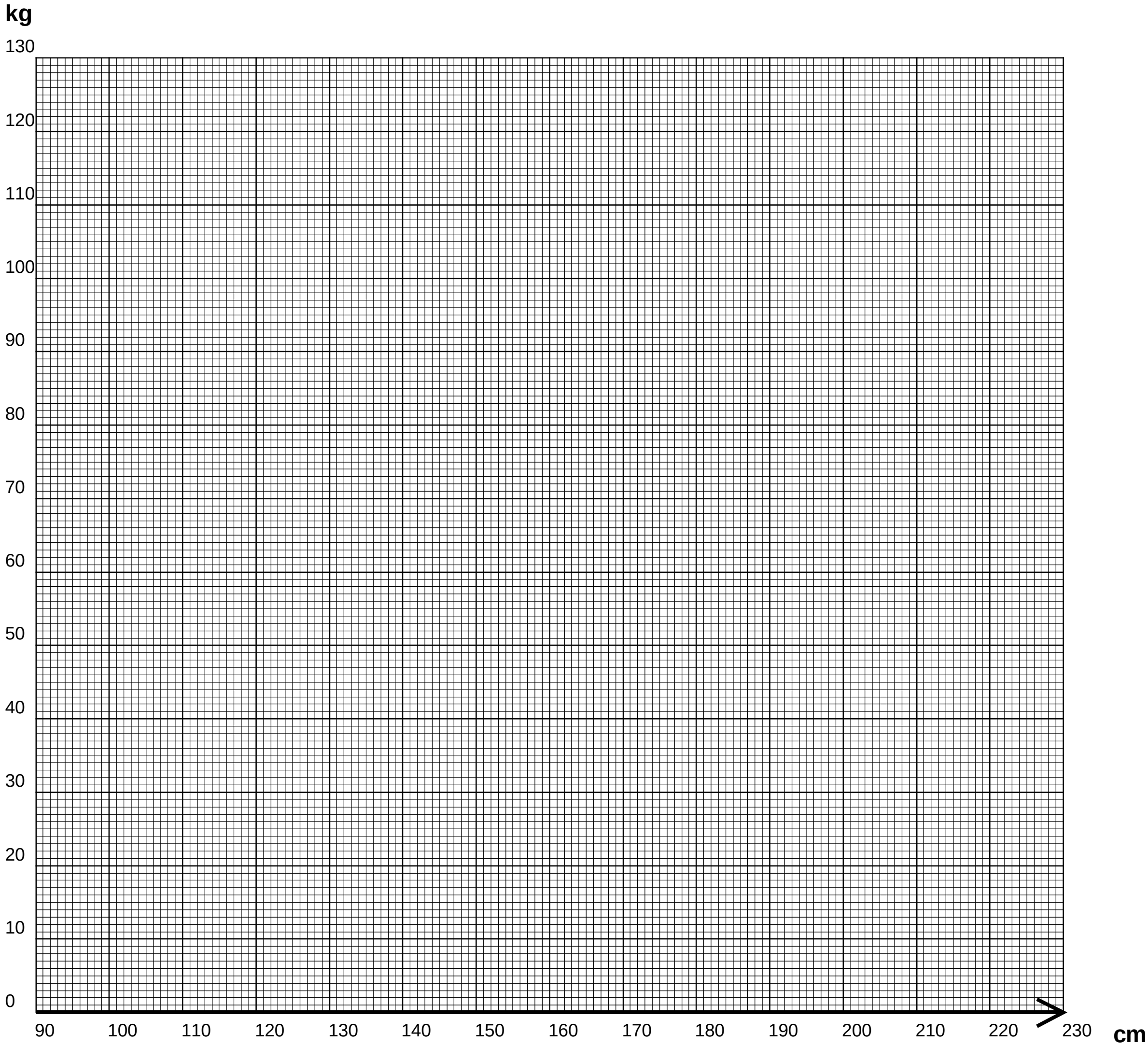
$$H(t) = (t - 100) - \left(\frac{t - 150}{4}\right) \text{ pour un homme.}$$

$$F(t) = (t - 100) - \left(\frac{t - 150}{2}\right) \text{ pour une femme.}$$

a) Montrer que H et F sont des fonctions affines.

b) Tracer les représentations graphiques des fonctions H et F dans un repère d'unités :

$$\begin{cases} \text{1 cm pour 10 cm en abscisse} \\ \text{1 cm pour 10 kg en ordonnée} \end{cases}$$



c) Calculer la taille de l'homme et de la femme qui aurait la même masse idéale. Vérifier le résultat sur le graphique.

Exercice N° 2 : Étudier les parités des fonctions suivantes :

$$f : \begin{array}{rcl} \mathbb{R} & \longmapsto & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & 3x \end{array}$$

$$g : \begin{array}{rcl} \mathbb{R} & \longmapsto & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & 5x - 2 \end{array}$$

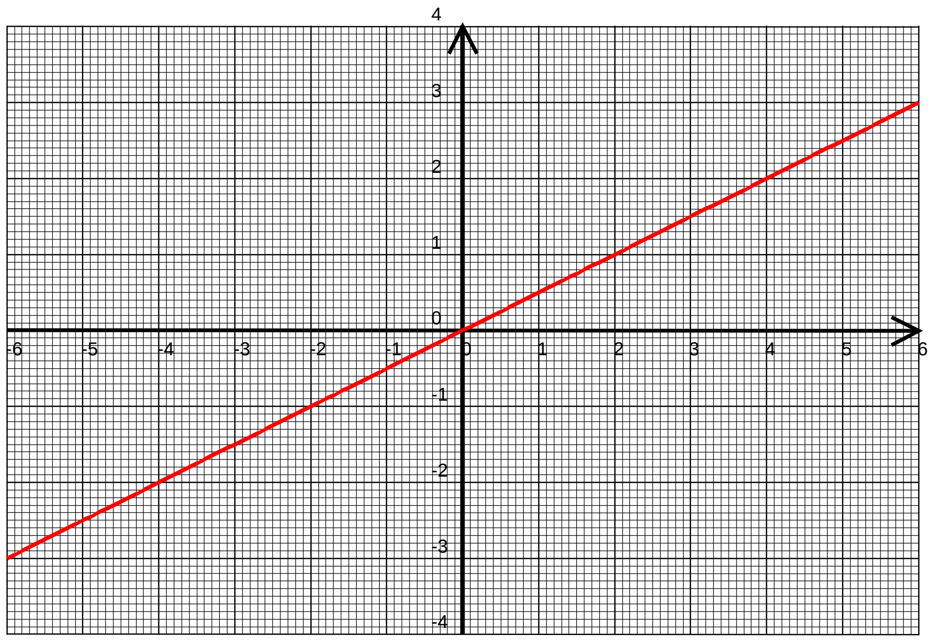
$$h : \begin{array}{rcl} \mathbb{R} & \longmapsto & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & x^2 - 3 \end{array}$$

$$i : \begin{array}{rcl} \mathbb{R} & \longmapsto & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & x^2 + x \end{array}$$

$$j : \begin{array}{rcl} \mathbb{R} & \longmapsto & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & x^3 + 2x \end{array}$$

$$k : \begin{array}{rcl} \mathbb{R}^* & \longmapsto & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \frac{1}{x} - x \end{array}$$

Exercice N° 3 : A l'aide de la représentation graphique ci-dessous

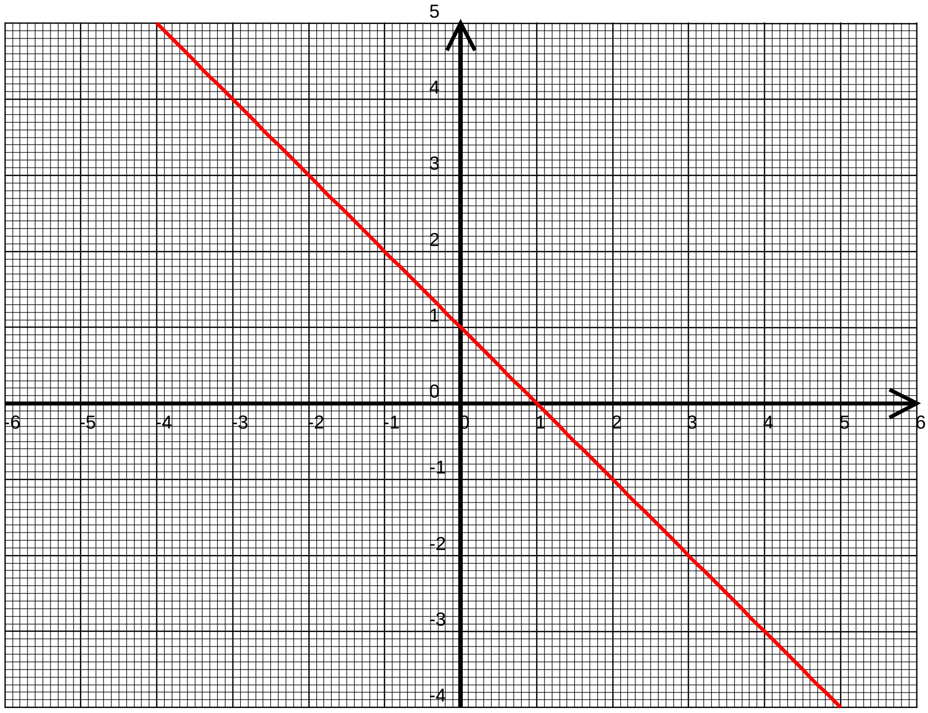


Compléter le tableau de valeurs :

x	-2	0	1	3
f(x)				

Donner l'expression algébrique de cette fonction :

Exercice N° 4 : A l'aide de la représentation graphique ci-dessous

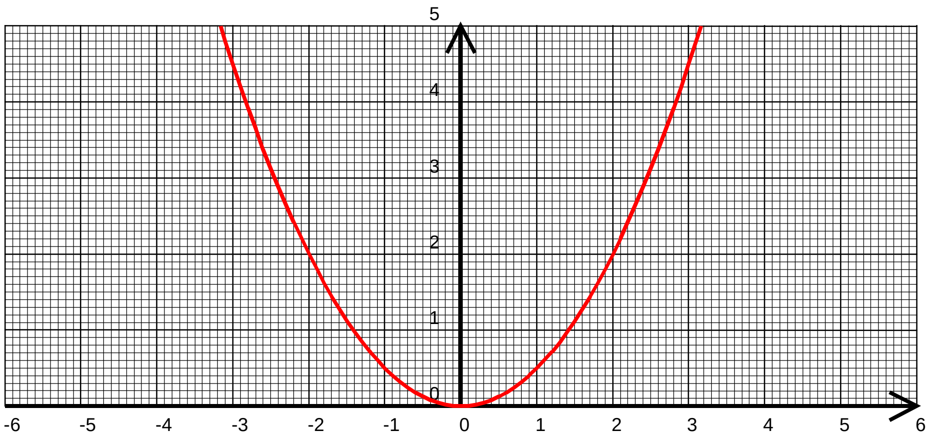


Compléter le tableau de valeurs :

x	-2	0	1	3
f(x)				

Donner l'expression algébrique de cette fonction :

Exercice N° 5 : A l'aide de la représentation graphique ci-dessous :



Compléter le tableau de valeurs :

x	-3	-2	0	1	2	3
f(x)						

Donner l'expression algébrique de cette fonction :

Exercice N° 6 : Soit la fonction f définie sur [- 3 ; 3] par $f(x) = -\frac{2}{x^2 + 1}$

a) Donner le domaine de définition de cette fonction : D_f =

b) Déterminer la parité de cette fonction :

c) Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)							

d) Tracer la courbe représentative de f(x)