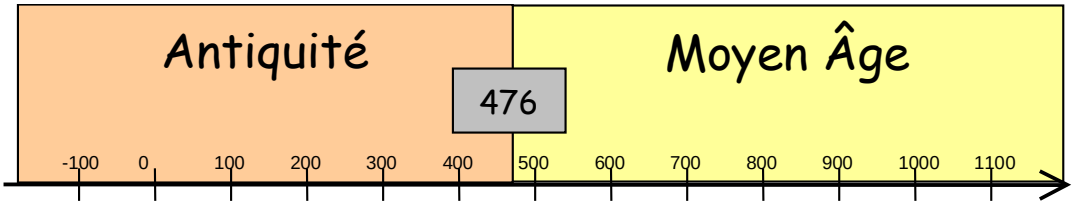
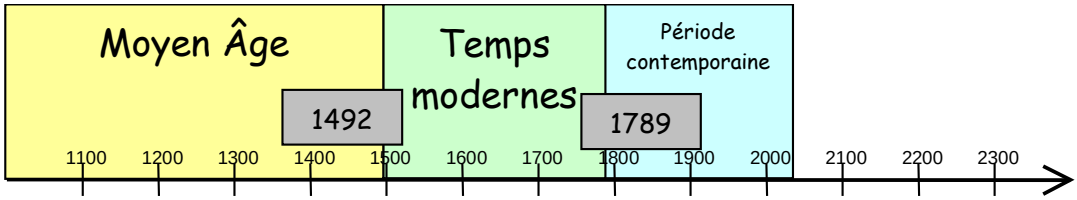
Les suites numériques

I) Activité : En quelle année vivaient vos ancêtres ?

La généalogie a pour objet la recherche de l'origine et de la filiation des personnes et des familles.
On suppose qu'en moyenne une famille change de génération tous les vingt-cinq ans.





Soit u_1 l'année 2010, année de votre génération.

1) Calculer les années u_2 de la deuxième génération, celle de vos parents, u_3 de la troisième génération, celle de vos grands-parents et u_4 de la quatrième génération, celle de vos arrière-grands-parents.

   u_2 =

   u_3=

   u_4 =

2) u_1, u_2, u_3 et u_4 constituent les premiers termes d'une suite numérique. Quelle est sa nature et sa raison ? Justifier votre réponse.

3) Compléter la relation suivante : $u_4 = u_1 - 25 \times$ .....

4) Exprimer u_n en fonction de u_1, généraliser l'expression en remplaçant la raison par r.

5) la 17ème génération de vos ancêtres a connu l'assassinat d'Henri IV par Ravaillac, un 14 mai. En quelle année était-ce ?

6) Quelle est la génération de vos ancêtres qui avait environ votre âge lors de la naissance de Marco Polo en 1254 ?

II) Activité : Combien avez-vous d'ancêtres ?

Pour avoir génétiquement un enfant, il faut le spermatozoïde d'un homme et l'ovule d'une femme. Tout le monde a donc génétiquement 2 parents, 4 grand-parents, 8 arrière-grands-parents, etc…

Soit $u_1 = 1$, $u_2 = 2$, $u_3 = 4$, $u_4 = 8$ la suite numérique représentant le nombre de vos aïeux dans le temps tous le 25 ans environ.

1) Quelle est la nature de cette suite ? Préciser sa raison et justifier votre réponse.

2) Calculer le nombre u_5 de vos arrière-arrière-grands-parents.

3) Compléter la relation $u_5 = u_1 \times 2$

4) Exprimer u_n en fonction de u_1, généraliser l'expression en remplaçant la raison par q.

5) Calculer le nombre de vos aïeux à la 18ème génération , à la 35ème génération.

III) Comment utiliser les suites numériques :

Deux multiplexes cinémas ont été implantés dans des zones commerciales récentes. La société d'exploitation a étudié le nombre d'entrées délivré avec la carte « CinéPass » sur deux ans.

Le cinéma A a enregistré 1200 entrées le premier mois, 1280 le deuxième mois, puis 1360 le troisième mois.

Le cinéma B a enregistré 1000 entrées le premier mois, 1080 le deuxième mois, puis 1166 le troisième mois.

1) Déterminer pour chacune des suites le type et la raison.

2) Calcul de la somme des termes d'une suite :

- Dans le cadre d'une suite arithmétique :

$$S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n)$$

- Dans le cadre d'une suite géométrique :

$$S_n = u_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Pour chacun des multiplexes, l'évolution constatée du nombre d'entrées s'est maintenue sur 24 mois. Calculer le nombre total d'entrées sur 24 mois pour :

- le multiplexe A :

- Le multiplexe B :

IV) Valeurs d'un placement : Les intérêts simples.

Pour calculer les intérêts I produits par un capital C placé au taux périodique t pendant n périodes, dans un placement à intérêts simples, on utilise la formule :

$$I = C.t.n$$

Pour calculer la valeur acquise A par un capital C placé à intérêts simples, on utilise la formule : $A = C + I$ où I représente les intérêts produits.

Un capital de 2 000,00 € est placé à 3,6 % l'an pendant quelques mois.

1) Sachant que le taux mensuel est le douzième du taux annuel. Calculer le taux mensuel proportionnel.

2) Calculer les intérêts I_1, I_2 et I_3 rapportés par ce capital au bout d'un mois, de 2 mois et de 3 mois.

3) Calculer les valeurs acquises A_1, A_2 et A_3 par ce capital au bout d'un mois, de 2 mois et de 3 mois.

4) Vérifier que A_1, A_2 et A_3 sont les termes d'une suite arithmétique dont on précisera la raison r.

   Vérifier que $r = C \cdot t$ (t étant le taux mensuel)

   Exprimer A_n en fonction de n.

   En déduire A_9, la valeur acquise au bout de 9 mois de placement.

V) Valeurs d'un placement : Les intérêts composés.

Pour calculer la valeur acquise C_n par un capital C_0 placé au taux périodique t pendant n périodes, dans un placement à intérêts composés, on utilise la formule :

$$C_n = C_0(1 + t)^n.$$

Pour calculer les intérêts produits dans un placement à intérêts composés, on utilise la formule suivante : $i = C_n - C_0$ où C_0 est le capital placé et C_n la valeur acquise à l'issue du placement.

Un capital de 7 200,00 € est placé à intérêts composés au taux mensuel de 0,2 % pendant plusieurs mois. La capitalisation des intérêts est mensuelle.

1) Calculer les valeurs acquises C_1, C_2 et C_3 par ce capital au bout d'un mois, de 2 mois et de 3 mois.

2) Montrer que C_1, C_2 et C_3 sont les termes d'une suite géométrique dont on donnera la raison q.

   Vérifier que $q = 1 + t$

3) Exprimer la valeur acquise C_n par ce capital en fonction de n mois de placement.

4) Calculer la valeur acquise à l'issue d'un placement de 15 mois. En déduire les intérêts versés.