

CH V Équations - Inéquations

I) Équations du premier degré à une inconnue :

1) Activité :

Pour l'organisation d'une fête, la location de la salle s'élève à 122,00 €, les frais d'animations, de consommation s'élèvent à 95,00 €. Le prix d'entrée sera de 3,50 €. Combien doit-il y avoir de participants pour combler la totalité des frais.

2) Définition :

Une équation du premier degré peut se mettre sous la forme La lettre x représente La solution de cette équation est $x =$

3) Résoudre une équation du premier degré :

a) Équations simples :

$x + 5 = 0$	$2,5x = 7,5$	$3x + 4 = 25$	$4x + 2 = 3x + 4$
$2(3x - 1) = 3x + 7$	$4x - 1 - 3(1 - x) = 10$	$3x + 7 - 4(4 + x) = -13$	
$5x + 7 - 2(x + 3) = 16$			

b) Équation avec des fractions :

$\frac{x+2}{3} = \frac{x-1}{2}$	$\frac{x-1}{2} = \frac{3x+1}{4}$
$\frac{x}{2} + 1 = \frac{3x}{2} - 2$	$\frac{1-x}{3} + \frac{x-2}{5} = 1$

c) Équation produit :

Ex : $(3x + 2)(x - 1) = 0$

Pour qu'un produit de deux facteurs soit nul, il faut et il suffit que l'un au moins des deux facteurs soit nul. L'équation admet donc deux solutions

$3x + 2 = 0$	ou	$x - 1 = 0$
.....	
.....	
.....	

Résoudre : $(x - 1)(x + 2) = 0$

$(2x + 1)(3x - 5) = 0$

d) Équation où figure une inconnue au dénominateur :

Résoudre : $\frac{x-1}{x+1} = 3$. Pour que cette équation aie un sens il faut que $x + 1 \neq 0$, donc

$x \neq \dots\dots\dots$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Résoudre : $\frac{1}{x-1} = 1$

$\frac{x+1}{x-1} = 1$

$\frac{x+1}{x-1} = \frac{2}{x-1}$

$\frac{x}{x+2} = \frac{1}{2}$

4) Exercice :

Trouver deux nombres entiers consécutifs dont la somme est 69.

Nicolas a 16 ans et son père 38 ans, dans combien d'années l'âge du père sera-t-il le double de l'âge du fils ?

II) Inéquation du premier degré à une inconnue :

1) Activité :

Un artisan décide de fabriquer des alarmes de voiture. Les frais fixes de fabrication s'élèvent à 3 500,00 € auxquels il faut ajouter 80,00 € par appareil fabriqué. Le prix de vente de l'alarme est 120,00 €. Combien d'alarmes devra-t-il fabriquer pour que le montant de ses ventes soit supérieur au coût de fabrication ?

Prix de revient =

Prix de vente =

Le prix de vente doit être supérieur au prix de revient

.....
.....
.....
.....
.....

Il faudra vendre au moins alarmes pour que cela soit rentable.

2) Définition :

Une inéquation du premier degré à une inconnue peut s'écrire sous l'une des formes suivantes : $ax \geq b$ $ax > b$ $ax \leq b$ $ax < b$ où a et b sont des réels.

Pour résoudre une inéquation, on procède de la même façon que pour une équation de façon à obtenir une des 4 formes précédentes. La solution dépendra du signe de a. Si a est négatif, il conviendra d'inverser l'inégalité.

Si a est positif

Si a est négatif

$$ax > b \Leftrightarrow \dots\dots\dots$$

$$ax > b \Leftrightarrow \dots\dots\dots$$

$$ax < b \Leftrightarrow \dots\dots\dots$$

$$ax < b \Leftrightarrow \dots\dots\dots$$

$$ax \geq b \Leftrightarrow \dots\dots\dots$$

$$ax \geq b \Leftrightarrow \dots\dots\dots$$

$$ax \leq b \Leftrightarrow \dots\dots\dots$$

$$ax \leq b \Leftrightarrow \dots\dots\dots$$

il en sera de même pour toutes les inégalités du type $\frac{x}{a} > b$ etc...

Exemple : $2x < 5$ $-2x < 5$

3) Écriture de l'ensemble solution :

Dans le cas d'une inéquation, la solution ne correspond plus à plusieurs valeurs, mais à une infinité de valeurs. Il s'agira donc d'un ensemble infini. En mathématiques, l'infini s'écrit avec le symbole ∞ .

a) Écriture sur un axe :

$$\begin{array}{c}
 - \infty \qquad \qquad \qquad 5 \qquad \qquad \qquad + \infty \\
 \hline
 x > 5
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 - \infty \qquad \qquad \qquad 5 \qquad \qquad \qquad + \infty \\
 \hline
 x < 5
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 - \infty \qquad \qquad \qquad 5 \qquad \qquad \qquad + \infty \\
 \hline
 x \geq 5
 \end{array}$$



$$x \leq 5$$

b) Écriture sous la forme d'un intervalle :

$$x > 5 \quad S = \dots\dots\dots \quad x < 5 \quad S = \dots\dots\dots$$

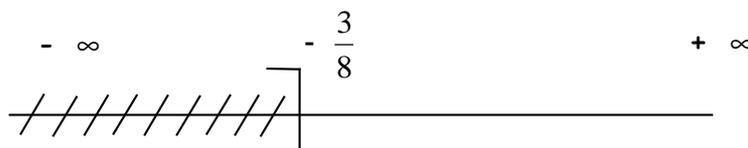
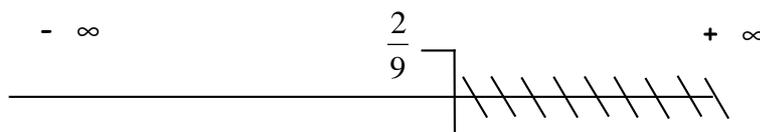
$$x \geq 5 \quad S = \dots\dots\dots \quad x \leq 5 \quad S = \dots\dots\dots$$

Lorsque le crochet est tourné vers le nombre, la valeur est comprise et inversement.

Exercice : Donner l'intervalle correspondant à l'ensemble des solutions ainsi que l'écriture sur un axe pour chaque inéquation.

$$x < \frac{3}{2} \quad x \leq -\frac{1}{4} \quad x > -\frac{5}{3} \quad x \geq -\frac{2}{7}$$

Exercice : Donner l'ensemble des solutions dans chaque cas.



Exercice : Résoudre et donner l'ensemble des solutions sous la forme d'un intervalle.

Quelles sont celles qui ont un même ensemble de solutions ?

$$x + \frac{1}{4} < 0 \quad 3x + \frac{3}{4} > 0 \quad 2x + 1 > \frac{1}{2} \quad 4x < 1 \quad 4x + 1 > 0$$

$$\frac{1}{4} > -x$$

Exercice : Résoudre et donner l'ensemble des solutions sous la forme d'un intervalle.

$$\frac{x}{2} - 1 \geq \frac{3x}{2} - 4 \quad 5x + 4 \geq 2x - 2 \quad -x + 2 \leq 2x - 1$$

Exercice : Deux agences de location de voitures proposent les tarifs journaliers

suivants : Agence A forfait 48 € et 0,70 € par km parcourus

Agence B forfait 50 € et 0,65 € par km parcourus

Pour quelle distance l'agence A est plus intéressante que l'agence B ?