

CH III Les suites numériques :

I) Les suites numériques :

Quel est le nombre qui suit logiquement 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 ;

Quel est le nombre qui suit logiquement 2 ; -2 ; 2 ; -2 ; 2 ;

Quel est le nombre qui suit logiquement 1 ; -2 ; 3 ; -4 ; 5 ;

Soit f la fonction définie pour tout réel x par $f(x) = 2x^2 + 1$. On pose $U_0 = f(0)$, $U_1 = f(1)$, ...
 $U_n = f(n)$. Compléter le tableau :

U_0	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6
1						

☺ $f(0), f(1), \dots, f(6)$ définit une suite numérique dont les termes sont numérotés

U_0, U_1, \dots, U_n .

U_0 est le terme de rang

U_1 est le terme de rang

...

U_n est le terme de rang (On prononce

U_{n-1} est le terme qui précède

U_{n+1} est le terme qui suit

II) Représentation graphique d'une suite numérique :

☺ Une suite est représentée, dans le plan rapporté à un repère, par des points de coordonnées $(n ; U_n)$.

Exemple : Soit une suite U_n , tel que $U_1 = 0,5$ et $U_{n+1} = -2U_n + 1$.

Le terme initial est $U_1 = 0,5$. Il est représenté graphiquement par le point $(1 ; 0,5)$.

$U_2 =$ Il est représenté graphiquement par le point (.....

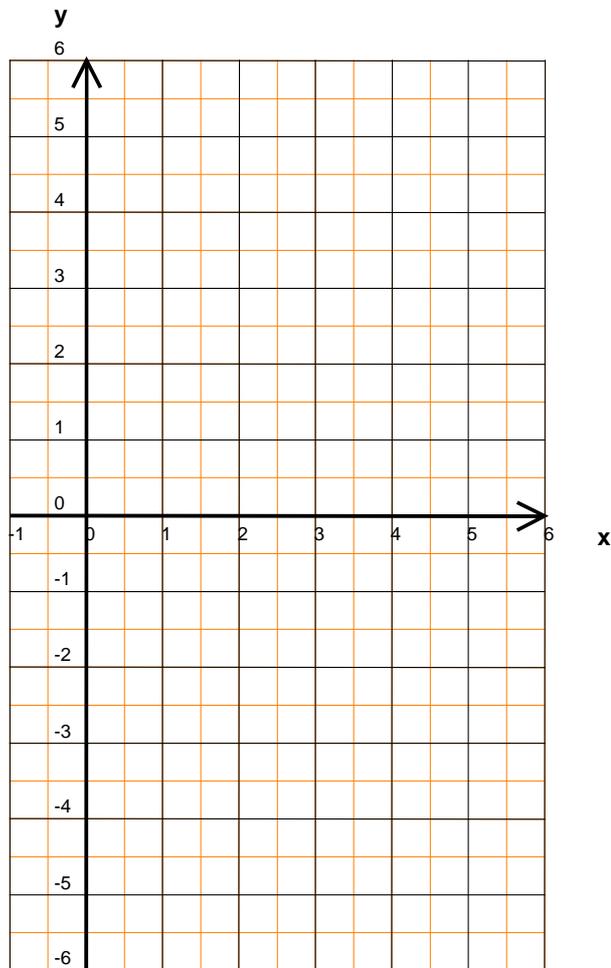
$U_3 =$ Il est représenté graphiquement par le point (.....

$U_4 =$ Il est représenté graphiquement par le point (.....

Reporter les points dans le repère de la page suivante . déterminer les valeurs de U_5 et U_6 , reportez les dans le même repère.

$U_5 =$

$U_6 =$



III) Les suites arithmétiques :

1) Définition :

Une suite arithmétique est une suite de nombres, chacun d'eux s'obtient en au précédent un nombre constant appelé

2) Notation :

Dans une suite les termes sont notés $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$.

u_1 est le terme.

u_n est le terme de rang, $u_n = \dots$.

La raison est notée

3) Exemple :

Les nombres 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 sont les 5 premiers termes d'une suite arithmétique :

- de premier terme $u_1 = 1$
- de raison $r = 2$.

On calcule le sixième terme en ajoutant r au cinquième.

$u_6 = u_5 + r = \dots$

$u_6 = \dots$

4) Calcul d'un terme d'une suite arithmétique connaissant le premier terme :

$$u_2 = u_1 + r$$

$$u_3 = u_2 + r = u_1 + r + r = u_1 + 2r$$

$$u_4 = u_3 + r = u_2 + r + r = u_1 + r + r + r = u_1 + 3r$$

Plus généralement $u_n = \dots\dots\dots$

5) Exercices :

Exercice N°1 : Donner les 4 premiers termes de la suite arithmétique de premier terme $u_1 = 2,5$ et de raison $r = 1,2$.

Exercice N°2 : Une suite arithmétique de raison $r = 4,1$ est telle que $u_5 = -2$. Calculer u_6, u_7, u_8 .

Exercice N°3 : Calculer le quinzième terme de la suite arithmétique de premier terme $u_1 = 2$ et de raison $r = -2,6$.

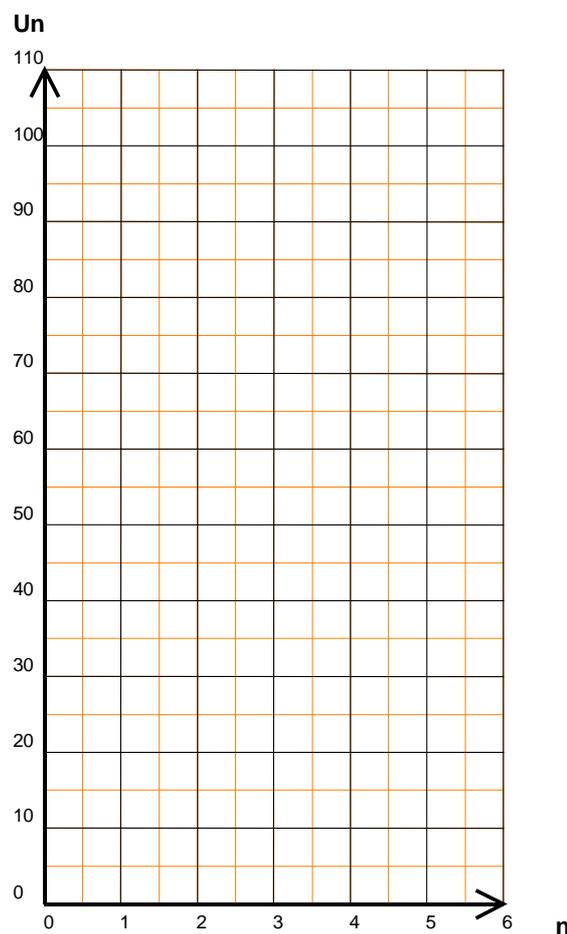
6) Déterminer la raison d'une suite arithmétique :

Une suite arithmétique a pour cinquième terme 10 et pour dixième terme 35. Calculer la raison et le premier terme de la suite. (Exprimer les 2 termes connus en fonction de u_1 et r , puis résoudre le système de 2 équations à 2 inconnues).

7) Représentation graphique d'une suite arithmétique :

☺ La représentation graphique d'une suite arithmétique est

Exemple : En 2005, un institut de formation a recruté 35 élèves. Depuis, le nombre d'élèves recrutés augmente de 15 par an. On note u_0 le nombre d'élèves recrutés en 2005, u_1 le nombre d'élèves recrutés en 2006, u_2 le nombre d'élèves recrutés en 2007, etc... Écrire chaque terme u_1, u_2, \dots jusque u_5 . Représenter les sur le graphique suivant.



IV) Les suites géométriques :

1) Définition :

Une suite géométrique est une suite de nombres ; chacun d'eux s'obtient en le précédent par un nombre constant appelé

2) Notation :

Le premier terme de la suite est noté u_1 , la raison q .

$$u_2 = u_1 \times q$$

$$u_3 = u_2 \times q = u_1 \times q^2.$$

$$u_4 = u_3 \times q = u_2 \times q^2 = u_1 \times q^3.$$

Le $n^{\text{ième}}$ terme peut s'exprimer : $u_n = \dots\dots\dots$.

3) Exemple :

Les nombres 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 sont les 5 premiers termes d'une suite géométrique

- de premier terme $u_1 = \dots\dots\dots$
- de raison $q = \dots\dots\dots$

4) Exercices :

Exercice N°1 : Donner les 4 premiers termes de la suite géométrique de premier terme $u_1 = 3$ et de raison $q = 2$.

Exercice N°2 : Calculer les 5 premiers termes des suites géométriques définies par :

a) premier terme $u_1 = 5$; raison $q = 3$

b) premier terme $u_1 = 1000$; deuxième terme $u_2 = 800$.

c) Premier terme $u_1 = 1$; troisième terme $u_3 = 4$

Exercice N°3 : Déterminer la raison d'une suite géométrique de 3^{ème} terme 5 et de 5^{ème} terme 10. (Aide exprimer u_5 à partir de u_3).

Problème : Les dimensions, exprimées en cm, des formats normalisés utilisés en imprimerie : $A_1 ; A_2 ; A_3 ; \dots$ sont partiellement reportés dans le tableau ci-dessous :

Formats	A_1	A_2	A_3	A_4
Longueurs L en cm	84,1			29,7
Largeurs l en cm	59,5			21

a) Sachant que les longueurs $L_1 ; L_2 ; \dots$ forment une suite géométrique de raison $\frac{\sqrt{2}}{2}$, calculer L_2, L_3 (résultats arrondis à 0,1).

b) Sachant que les largeurs $l_1, l_2 ; \dots$ forment une suite géométrique de raison $\frac{\sqrt{2}}{2}$, calculer l_2, l_3 (résultats arrondis à 0,1).

Calculer L_{11}

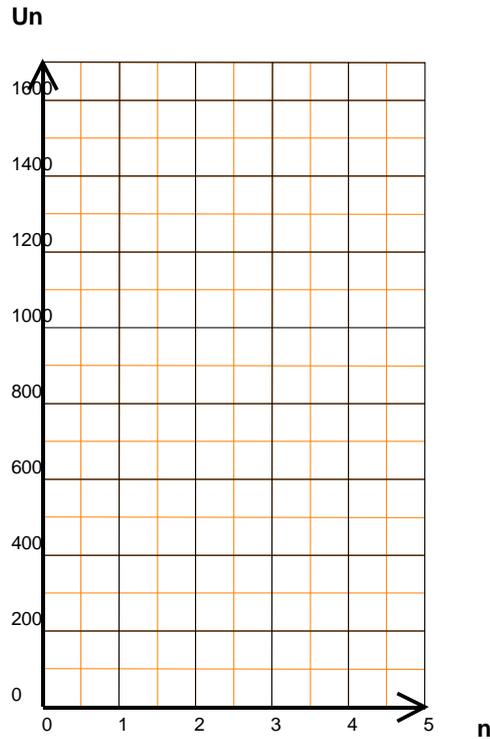
5) Représentation graphique d'une suite géométrique :

☺ La représentation graphique d'une suite géométrique est une courbe dite

Exemple : Une population de 100 bactéries double toutes les heures. On note u_0 le nombre initial de bactéries, u_1 au bout d'une heure etc...

Calculer le nombre de bactéries pour chaque heure jusque la 4^{ème} heure.

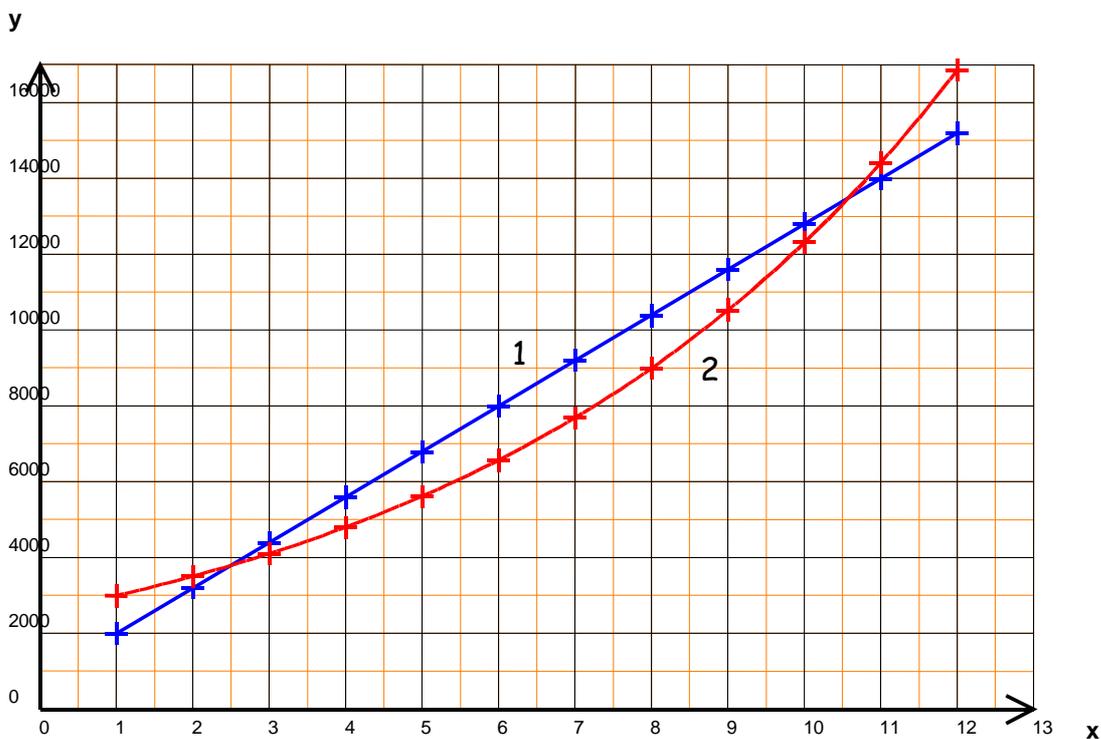
Représenter cette série sur le graphique suivant :



Problème N°1 : Deux revues mensuelles, « Actue » et « Prochain » ont été créés au mois de janvier de l'année dernière.

Le nombre de ventes d' « Actue » en janvier est $U_1 = 2\ 000$, on note U_n le nombre de ventes le $n^{\text{ième}}$ mois. Le nombre de ventes de « Prochain » en janvier est $V_1 = 3\ 000$, on note V_n le nombre de ventes le $n^{\text{ième}}$ mois.

Le graphique représente les ventes mensuelles des deux revues pour chacun des douze mois de l'année.



1) a) Une des suites représentées est arithmétique : la suite 1 ou la suite 2 ?

b) Cette suite représente les ventes de quelle revue ?

2) a) A quelles périodes les deux revues ont eu à peu près le même nombre de ventes ?

b) Parmi les autres mois, quels sont ceux où la revue « Actue » a eu plus de vente que la revue « Prochain » ?

Problème N°2 : (Utilisation des TIC)

Amédée est un artisan qui a reçu une commande qui se renouvellera chaque année.

La même année, il a signé un contrat de location de son local professionnel. Ce contrat précise que le montant U_n du loyer (en €) qu'il paiera la $n^{\text{ième}}$ année est tel que la suite U_n est arithmétique, de premier terme $U_1 = 10\,000$ et de raison $2\,000$.

La commande lui rapportera chaque année une somme V_n (en €) telle que la suite V_n est géométrique, de terme initial $V_1 = 14\,500$ et de raison $1,075$.

Amédée est satisfait, car il pense que chaque année, le loyer lui sera payé par la somme que lui rapporte cette commande. Mais il a eu une surprise quand il a lu la feuille de calcul ci-dessus.

	A	B	C	D	E
7	n	U_n	V_n	$V_n - U_n$	$V_n - U_n < 0$ pour n =
8	1	10 000,00	14 500,00	4 500,00	
9	2	12 000,00	15 587,50	3 587,50	
10	3	14 000,00	16 756,56	2 756,56	
11	4	16 000,00	18 013,30	2 013,30	
12	5	18 000,00	19 364,30	1 364,30	
13	6	20 000,00	20 816,63	816,63	
14	7	22 000,00	22 377,87	377,87	
15	8	24 000,00	24 056,21	56,21	
16	9	26 000,00	25 860,43	-139,57	9
17	10	28 000,00	27 799,96	-200,04	10
18	11	30 000,00	29 884,96	-115,04	11
19	12	32 000,00	32 126,33	126,33	
20	13	34 000,00	34 535,80	535,80	
21	14	36 000,00	37 125,99	1 125,99	
22	15	38 000,00	39 910,44	1 910,44	
23	16	40 000,00	42 903,72	2 903,72	

1) a) Quelles formules peuvent être écrites dans la cellule B9, puis recopiées vers le bas ?

$\square = 10000 + 2000$ $\square = B8 + 2000$ $\square = \$B\$8 + 2000 * (A9 - 1)$ $\square = B8 * 1,2$

b) Quelles formules peuvent être écrites dans la cellule C9, puis recopiées vers le bas ?

$\square = C8 * 1,075$ $\square = 145000 * 1,075$ $\square = \$C\$8 * 1,075$ $\square = \$C\$8 * 1,075 ^{(A9 - 1)}$

c) Quelle formule a été écrite dans la cellule D8, puis recopiée vers le bas ?

.....

2) a) Quelle formule peuvent être écrites dans la cellule E8, puis recopiées vers le bas ?

$\square = \text{SI}(D8 < 0; n; \llcorner \gg)$

$\square = \text{SI}(D8 < 0; A8; \llcorner \gg)$

$\square = \text{SI}(D8 > 0; A8; \llcorner \gg)$

b) Au cours de quelles années le loyer ne sera pas couvert par la somme que rapportera la commande ?

.....

.....

c) Jusqu'à la 10^e année, l'écart $V_n - U_n$ diminue. A partir de la 11^e année, $V_n - U_n$ augmente et devient de plus en plus grand. Peut-on penser que cet écart va continuer à grandir ? (Aide : penser aux courbes que représenteraient les fonctions U_n et V_n .)

.....

.....

Aide pour le tableur :



La référence absolue et la référence relative :

Observons les deux calculs suivants :

D4				= =C4/C9
	A	B	C	D
1				
2				Proportion des ventes de l'année
3				
4		1 ^{er} trimestre	64	0,17630854
5		2 ^{ème} trimestre	82	
6		3 ^{ème} trimestre	108	
7		4 ^{ème} trimestre	109	
8				
9		Total de l'année	363	
10				

Pour le calcul de la proportion des ventes de l'année. On divise le montant du 1^{er} trimestre par celui du total de l'année.

On effectue le calcul : $= C4/C9$

Si l'on souhaite faire le même calcul pour le 2^{ème} trimestre, on recopie l'opération avec la poignée de recopie.

64	0,17630854
82	
108	

D5				= =C5/C10
	A	B	C	D
1				
2				Proportion des ventes de l'année
3				
4		1 ^{er} trimestre	64	0,17630854
5		2 ^{ème} trimestre	82	#DIV/0!
6		3 ^{ème} trimestre	108	
7		4 ^{ème} trimestre	109	
8				
9		Total de l'année	363	
10				

Or on arrive sur une erreur de calcul. En effet en utilisant la poignée de recopie, l'ordinateur estime qu'il faut diviser la cellule $C4+1 = C5$ par la cellule $C9+1 = C10$. Or en $C10$ il n'y a pas de valeur, ce qui revient à diviser par 0, ce qui est impossible.

On utilise ici des valeurs relatives.

	A	B	C	D
1				
2				Proportion des ventes de l'année
3				
4		1 ^{er} trimestre	64	0,17630854
5		2 ^{ème} trimestre	82	
6		3 ^{ème} trimestre	108	
7		4 ^{ème} trimestre	109	
8				
9		Total de l'année	363	

Il faut donc utiliser des valeurs absolues. Lorsque l'on va recopier la formule, l'ordinateur doit comprendre qu'il faut passer de C4 à C5. Ce qui est fait naturellement. Mais il faut toujours diviser par la valeur de la cellule C9. Pour cela on utilise le symbole \$. L'opération devient donc : $= C4/\$C\9

	A	B	C	D
1				
2				Proportion des ventes de l'année
3				
4		1 ^{er} trimestre	64	0,17630854
5		2 ^{ème} trimestre	82	0,22589532
6		3 ^{ème} trimestre	108	
7		4 ^{ème} trimestre	109	
8				
9		Total de l'année	363	

Lors de la recopie, l'ordinateur utilisera toujours la cellule C9 qui écrite sous la forme \$C\$9 devient une valeur absolue. On peut de la même manière utiliser l'écriture \$D8 ou D\$8 suivant le calcul demandé. On peut faire apparaître les \$ de C9 en cliquant sur la cellule et en appuyant sur les touches majuscule et F4. L'ordinateur écrira lui-même \$C\$9.

Aide pour le tableur :  

La formule $=SI(\text{Test_logique}; \text{Valeur_si_vrai}; \text{Valeur_si_faux})$:

Lorsque l'on utilise une condition, on utilise la formule précédente. Ce qui avec Excel nous donne :

SI

$=SI()$

SI

Test_logique = logique

Valeur_si_vrai = quelconque

Valeur_si_faux = quelconque

=

Renvoie une valeur si le résultat d'une condition que vous avez spécifiée est VRAI, et une autre valeur si le résultat est FAUX.

Par exemple: $=SI(A1>0;"OK";"")$ signifie que si le contenu de la cellule A1 est positif, on écrit OK, sinon, on laisse la cellule vide.