Problèmes sur le second degré :

Problème N°1 : Seuil de rentabilité

Une entreprise produit et vend des composants électroniques. Sa capacité mensuelle de production est comprise entre 2 000 et 18 000 pièces. On suppose que toute la production est commercialisée.

Léo, responsable des ventes, veut étudier la rentabilité de son entreprise. Soit x le nombre de pièces produites, en milliers, les coûts de production sont donnés en fonction de x par $p(x) = 2x^2 - 26x + 102$, le prix de vente hors taxe d'un composant est 14 €.

1) Exprimer en fonction de x le chiffre d'affaires c(x) de l'entreprise.

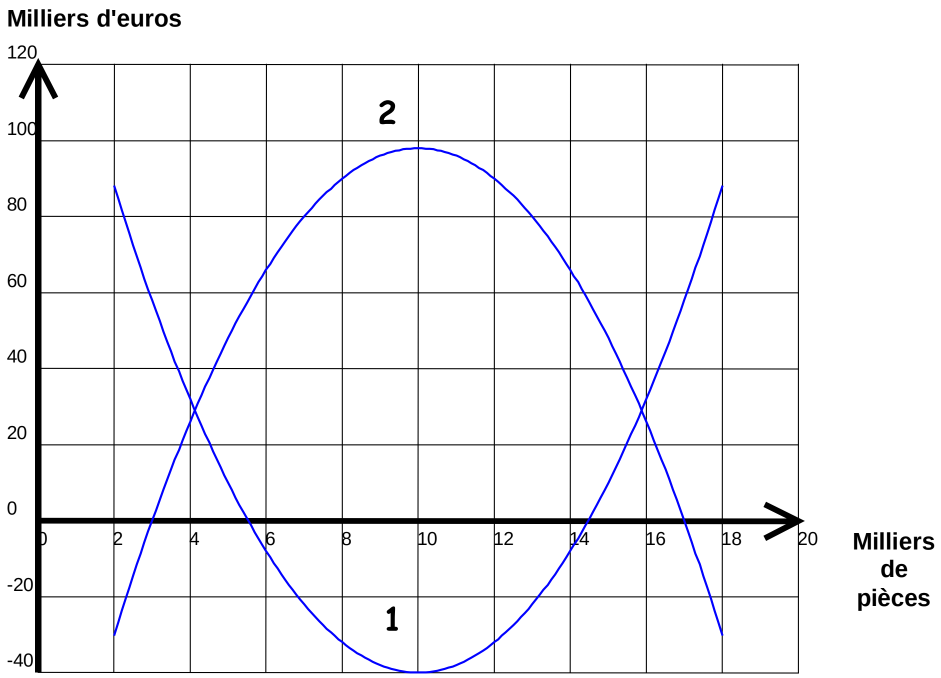
   c(x) = ...

2) Expliquer pourquoi c(x) – p(x) traduit la rentabilité correspondant à la fabrication de x milliers de composants électroniques. (Écrire vrai ou faux).
   - Car la rentabilité d'une entreprise est liée au bénéfice, le bénéfice se calcule de cette manière..........
   - Car c(x) – p(x) donne le nombre de composants produits et donc la rentabilité..........
   - Car la rentabilité est toujours positive, on a donc toujours un bénéfice...........
   - Car la fabrication de x milliers de composants entraîne toujours un bénéfice étant donné le nombre.................

3) Exprimer c(x) – p(x) en fonction de x. (On utilisera le symbole ^ pour exprimer une puissance, ne pas mettre d'espace entre les termes.)

   c(x) – p(x) = ...

4) On admet que le bénéfice mensuel de l'entreprise est modélisé par la fonction $f(x) = -2x^2 + 40x - 102$ où x est le nombre de milliers de pièces produites. Un tracé de sa courbe correspond à l'une des deux représentations ci-dessous.



a) Laquelle des deux courbes correspond à la fonction ? Pourquoi ?

La courbe .....correspond à la fonction car : (écrire vrai ou faux)
- un bénéfice correspond toujours à une parabole tournée vers le haut. ....
- le coefficient a > 0. ....
- le coefficient a < 0. ....

b) Déterminer graphiquement le seuil de rentabilité , c'est à dire la quantité minimale de pièces à produire pour que l'entreprise réalise un bénéfice. (Attention aux unités)

L'entreprise doit produire au moins ....pièces pour réaliser un bénéfice.

5) Retrouver ce résultat par le calcul en résolvant l'équation f(x) = 0.

$$\Delta = b^2 - 4ac = \text{.................................}$$

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \text{...............................}$$

$$x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \text{..............................}$$

<u>Problème N°2 :</u> Salon d'esthétique

Pour contrer l'offensive du commerce sur Internet dans le domaine de la cosmétique, le salon Santé-Mocheté a investi depuis 4 ans dans la publicité et l'aménagement de son point de vente. Le responsable du salon a constaté que pour une somme investie s, en milliers d'euros, le résultat r réalisé (en milliers d'euros), peut être modélisé par la relation :

$$r(s) = -6s^2 + 50s + 12$$

1) Calculer r pour s = 3 :

$$r(3) = \text{.............}$$

2) On considère la fonction f définie pour tout nombre réel x de [1,5 ; 6] par :

$$f(x) - 6x^2 + 50x + 12$$

a) Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6
f(x)										

b) Sachant qu'une parabole admet un extremum en x = $\frac{-b}{2a}$, compléter le tableau de variation de f.

x	
f(x)	

3) En déduire le montant de l'investissement (à l'euro près) qui permet d'obtenir un résultat maximal.

L'investissement devra être de ....€.

Problème N°3 : Confection pour hommes.

Une petite entreprise de confection fabrique des vestes pour homme. Quelle que soit la quantité produite, le prix de vente d'une veste est fixé à 180 €.

1) On s'intéresse à la production de 50 vestes.

On sait que le coût de production de 50 vestes est égal à 5 850 €.

a) Calculer le prix de vente de 50 vestes.

Le prix de vente de 50 vestes est de ....€.

b) On appelle bénéfice la différence entre le montant des ventes et le coût de production pour une quantité donnée. Calculer le bénéfice réalisé par la vente des 50 vestes.

Le bénéfice réalisé est de ....€.

2) Le responsable du service production indique que le coût de production total C(n), en euros, en fonction du nombre n de vestes vendues est donné par la relation

$$C(n) = 1{,}5n^2 + 15n + 1\,350, \qquad 10 \leqslant n \leqslant 80.$$

a) Exprimer le montant total V(n) des ventes en fonction du nombre n de vestes vendues.

V(n) = ...

b) Déterminer l'expression algébrique du bénéfice réalisé B(n), en fonction du nombre de vestes vendues. (Utiliser le symbole ^ pour exprimer la puissance, ne pas faire d'espace entre les caractères.)

B(n) = ...

3) On considère la fonction f définie pour tout nombre réel x de [10 ; 80] par

$$f(x) = -1{,}5x^2 + 165x - 1\,350.$$

a) Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	10	20	30	40	50	60	70	80
f(x)								

b) Sachant que f admet un extremum en x = $\frac{-b}{2a}$, compléter le tableau de variation de f.

x	
f(x)	

4) On souhaite réaliser un bénéfice supérieur ou égal à 3 000 €. Pour cela on va résoudre l'équation $f(x) \geqslant 3\,000$.

a) Écrire l'équation qu'il faudra résoudre :

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 0$$

b) Résoudre l'équation précédente : (On arrondira les résultats à l'unité)

$$\Delta = b^2 - 4ac = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.$$

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.$$

$$x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.$$

c) Compléter la phrase:

On effectue un bénéfice supérieur ou égal à 3 000 €, si le nombre de vestes fabriquées est compris entre ………… et ………………vestes .