Puissances et écriture scientifique

I) Définition :

Si a est un nombre réel non nul et n un entier positif :

Si $n > 1$ $\quad a^n = a \times a \times a \times a \ldots \ldots \ldots \times a$ (n fois)
Si $n = 1$ $\quad a^1 = a$
Si $n = 0$ $\quad a^0 = 1$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Exercice : A l'aide de la calculatrice, calculez:
(Attention, ne pas confondre le signe – et l'opération -)
☺ Sur la calculatrice, le signe – est entre parenthèses (-), alors que l'opération moins correspond à –.
☺ 7 – 5 Dans ce cas il s'git d'une opération donc il faut prendre le – de la calculatrice.
☺ -5 Dans ce cas il ne s'agit pas d'une opération puisqu'il n'y a pas de chiffres devant, on prendra (-).

$12{,}5^3 =$ …………………	$(-27{,}3)^4 =$ …………………	$0{,}5^4 =$ …………………
$-\ 0{,}2^4 =$ …………………	$(-12{,}3)^3 =$ …………………	$-(-12{,}5)^2 =$ …………………
$-0{,}14^3 =$ …………………	$(-0.14)^3 =$ …………………	$-(-0.5)^3 =$ …………………

II) Propriétés :

① $a^n \times a^p = a^{n+p}$

Exemple : $4^3 \times 4^2 = 4^5$
En effet $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^5$

② $(a^n)^p = a^{n\,p}$

Exemple : $(2^4)^2 = 2^8$
$(2^4)^2 = (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)$

③ $(a \times b)^n = a^n \times b^n$

Exemple : $(3 \times 7)^3 = 3^3 \times 7^3$
En effet $(3 \times 7)^3 = 3 \times 7 \times 3 \times 7 \times 3 \times 7 = 3^3 \times 7^3$

④ $\dfrac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$

Exemple : $\dfrac{3^5}{3^2} = 3^3$

$$\frac{3^5}{3^2} = \frac{3 \text{ x } 3 \text{ x } 3 \text{ x } 3 \text{ x } 3}{3 \text{ x } 3} = 3^3$$

⑤ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

<u>Exercice :</u> Donnez une écriture simplifiée en complétant les pointillés, puis à l'aide de la calculatrice calculez :

$2^3 \times 2^5 = 2^{\cdots} = \ldots\ldots\ldots$ $\quad$ $3^2 \times 3^3 = 3^{\cdots} = \ldots\ldots\ldots$ $\quad$ $4 \times 4^4 = 4^{\cdots} = \ldots\ldots\ldots$

$(-2)^3(-2)^3(-2) = (-2)^{\cdots} = \ldots\ldots\ldots$ $\quad$ $(-3)^3(-3)(-3)^2 = (-3)^{\cdots} = \ldots\ldots\ldots$ $\quad$ $(-5)^2(-5)(-5) = (-5)^{\cdots} = \ldots\ldots\ldots$

$\frac{3^5}{3^2} = 3^{\cdots} = \ldots\ldots\ldots$ $\quad$ $\frac{(-5)^4}{(-5)^3} = (-5)^{\cdots} = \ldots\ldots\ldots$ $\quad$ $\frac{2^{11}}{2^{13}} = 2^{\cdots} = \ldots\ldots\ldots$

Deux cas difficiles : Calculez uniquement à l'aide de la calculatrice.
☺ Attention il est judicieux de rajouter des parenthèses lorsque l'on a plusieurs termes au numérateur et au dénominateur.

$\frac{3^8 \times (-2)^7 \times (-3)^4}{(-2)^{13} \times (4)^3} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $\quad$ $\frac{3^4 \times 2^3 \times 5}{5^2 \times 8} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

<u>Exercice :</u> Simplifier les écritures suivantes en complétant les pointillés :

$a^5 . a^7 . a^{-3} = a^{\cdots}$ $\quad$ $a^3 . a^{-1} . a^0 = a^{\cdots}$ $\quad$ $(a^3)^{-2} . a^5 = a^{\cdots}$

$4a^2 . b^2 \times a^7 . b^7 = \ldots\ldots a^{\cdots} b^{\cdots}$ $\quad$ $3a^2 . b\ (-5\ a^3 . b^{-2} . c^3) = \ldots\ldots a^{\cdots} b^{\cdots} c^{\cdots}$ $\quad$ $(a^3)^{-2} . a^{-5} = a^{\cdots}$

$\frac{3}{5} x . y^2 \times \frac{10}{3} x^2 . y = \ldots\ldots x^{\cdots} y^{\cdots}$ $\quad$ $(-x\ y^2\ z)^5 = (-x)^{\cdots} y^{\cdots} z^{\cdots}$ $\quad$ $(-2ab^2c^3)^2\ (-\ a^3bc) = \ldots\ldots a^{\cdots} b^{\cdots} c^{\cdots}$

$\frac{12 a^5 b^3}{6 a^2 b^5} = \ldots\ldots a^{\cdots} b^{\cdots}$ $\quad$ $\frac{(a^7 b)^3}{(ab)^2 (a^2 b^3)^5} = a^{\cdots} b^{\cdots}$ $\quad$ $\frac{4a^2 (b^3 c)^4 \times (-2a^3)}{2a^3 bc^2 \times a^4 b^{-3}} = \ldots\ldots a^{\cdots} b^{\cdots} c^{\cdots}$

III) Puissances de 10, écriture scientifique d'un nombre :

1) Puissances positives de 10 :

Calculer :

$10^0 = \ldots\ldots$
$10^1 = \ldots\ldots$
$10^2 = \ldots\ldots$
$10^5 = \ldots\ldots$
$10^{10} = \ldots\ldots$

☺ 10^n s'écrit en ajoutant n zéro après le « 1 ».

2) Puissances négatives de 10 :

Calculer :
10^{-1} = ……
10^{-2} = ……
10^{-3} = ……
10^{-5} = ……
10^{-10} = ……

☺ 10^{-n} s'écrit en ajoutant n zéro avant le « 1 » et en mettant une virgule entre le premier et le deuxième zéro.

3) Écriture sous forme d'une puissance de 10 :

30 000 = 3 x 10 000 = 3 x 10^4
= 30 x 1 000 = 30 x 10^3

0,000 4 = 4 x 0,000 1 = 4 x 10^{-4}
= 0,4 x 0,001 = 0,4 x 10^{-3}

☺ On peut écrire tous les nombres à l'aide d'une puissance de 10.
☺ Pour écrire un nombre sous la forme d'une puissance de 10, on regarde de combien de rangs s'est déplacée la virgule. Puis on augmente ou on diminue la puissance de 10 (ici 0) d'autant. On diminuera la puissance si le nouveau nombre est plus grand, on l'augmentera dans l'autre cas.
Ex1: 0,000 4 = 4 x 10^{-4}. On a décalé la virgule de 4 après le 0 et le 4.
4 étant plus grand que 0,000 4, au augmente la puissance de 10 qui est 0 de 4. 0 + 4 = 4.
Ex2: 4,7 = 0,004 7 x 10^3. On a décalé la virgule de 3 rangs.
0,004 7 étant plus petit que 4,7 on augmente la puissance de 10 qui était 0 de 3. 0 + 3 = 3

Exercice : transformer les écritures suivantes en donnant les exposants :

3,256.10^3 = 325,6.$10^{…}$	45,123.10^5 = 4,5123.$10^{…}$	0,0123.10^4 = 1,23.$10^{…}$
7 896.10^{-3} = 78,96.$10^{…}$	6,73.10^5 = 673.$10^{…}$	0,639.10^{-3} = 63,9.$10^{…}$

4) Écriture scientifique d'un nombre :

☺ L'écriture scientifique d'un nombre est l'écriture de ce nombre ayant un seul chiffre non nul avant la virgule multiplié par une puissance de 10.
Ex1: 4 900 = 4,9 x 10^3
Ex2: 0,000 025 3 = 2,53 x 10^{-5}

Exercice : Écrire sous forme scientifique.

1 740 = ……… x $10^{\dots}$

2 630 000 = ……… x $10^{\dots}$

0,023 = ……… x $10^{\dots}$

0,009 85 = ……… x $10^{\dots}$

7 896.10^{-3} = ……… x $10^{\dots}$

0,639.10^{-3} = ……… x $10^{\dots}$

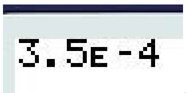
45,123.10^{5} = ……… x $10^{\dots}$

0,0123.10^{4} = ……… x $10^{\dots}$

5) Comment écrire un nombre utilisant des puissances de 10 à la calculatrice ?

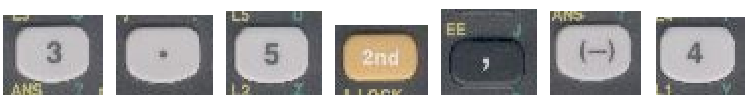
On souhaite écrire 3,5.10^{-4} avec une calculatrice Casio ou TI.

Avec la casio  : 

Ce qui donne à l'affichage : 

. Certaine calculatrices Casio écriront le résultat sous la forme suivante : 

(Attention, on n'utilise jamais la touche « multiplier » dans ce cas avec les Casios.)

Avec la TI  : 

. Ce qui donne à l'affichage : 

On remarque que la puissance de 10 est la touche EE.