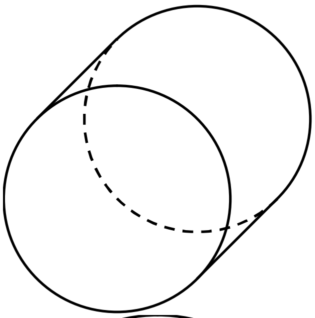
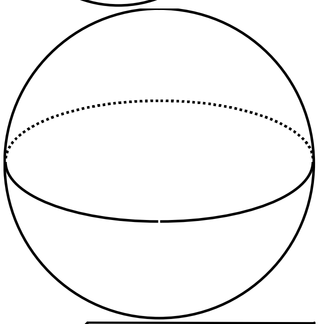
CH VIII Géométrie dans le triangle.

I) Reconnaitre et nommer un solide usuel :

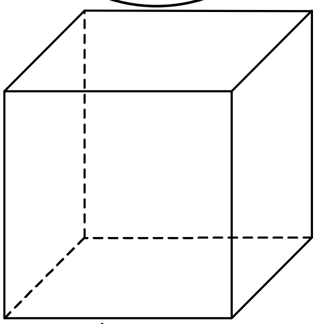
1) Activité : Relier chaque solide à son nom :



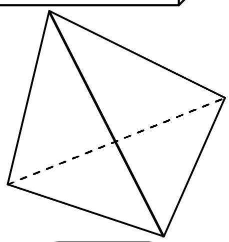
- Cube



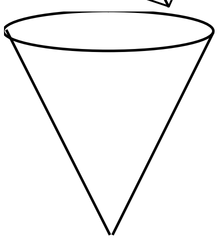
- Pyramide à base rectangulaire



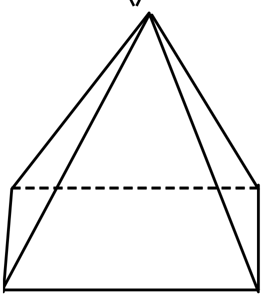
- Cylindre droit



- Pyramide à base triangulaire

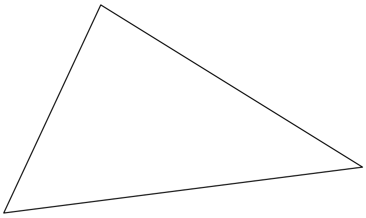


- Cône de révolution

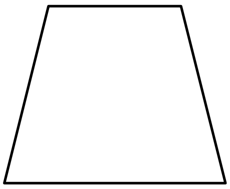


- Boule

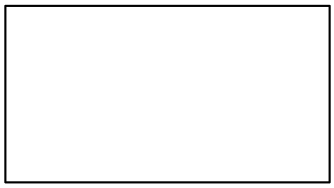
2) Activité : Écrire au dessous de chaque figure son nom.



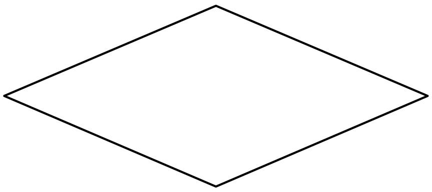
………………………………………



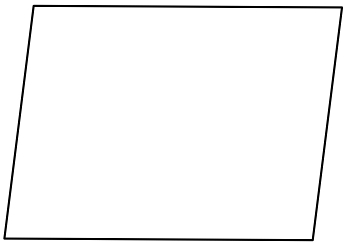
…………………………



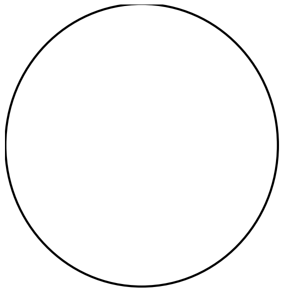
…………………………



…………………………



……………………………………



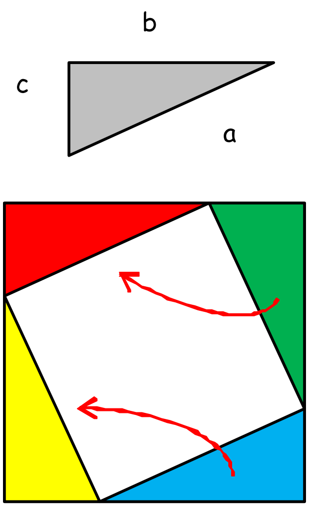
…………………………

II) Relations métriques dans un triangle rectangle :

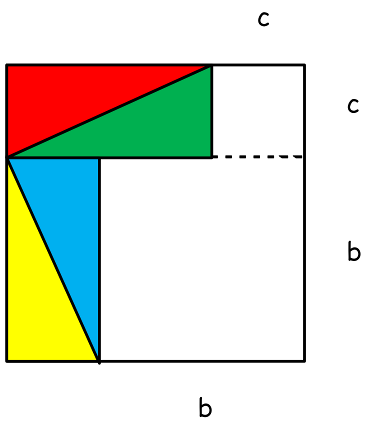
1) Les propriétés de Pythagore :

a) Démonstration :

On considère 4 triangles rectangles disposés à l'intérieur d'un carré et on mesure les surfaces non colorées. On rappelle que l'aire d'un carré de côté a est égale à a^2.



Surface non colorée = a^2



Surface non colorée = $b^2 + c^2$

Les aires des surfaces non colorées de ces deux schémas sont les mêmes, on peut donc dire que $a^2 = b^2 + c^2$.

Dans un triangle rectangle, on appelle ……………………………………… la longueur du plus grand côté. On peut donc affirmer :

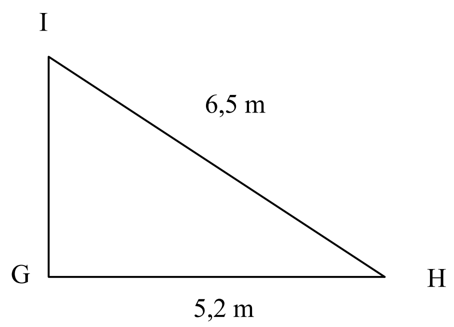
………

………

b) <u>Exercice :</u>

Construire un triangle ABC rectangle en A tel que : AB = 4 cm ; AC = 3 cm ; BC = 5 cm	Vérifier par le calcul que la propriété de Pythagore s'applique à ce triangle.

c) <u>Calcul d'un côté de l'angle droit :</u>

Une charpente pour un toit à pente unique a la forme ci-contre. La longueur du toit est de 6,5 m. La poutre de soutien mesure 5,2 m. Quelle est la hauteur entre le sommet du toit et cette poutre ? D'après Pythagore, on peut dire que : On cherche la longueur GI De (1) on peut écrire GI^2 = GI^2 = GI =	

………

………

d) <u>Exercice :</u>

Soit un triangle DEF rectangle en D tel que DE = 12 mm et EF = 37 mm.
Dessinez le triangle DEF en respectant les mesures.
Calculez DF.

	Vérifier sur le dessin que vos calculs sont bons.

e) Démontrer qu'un triangle est rectangle.

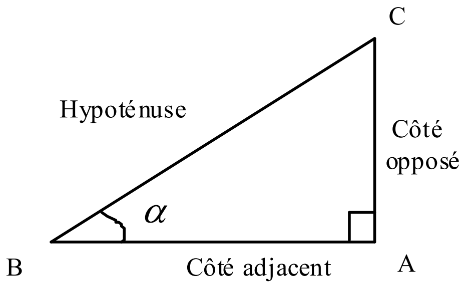
……

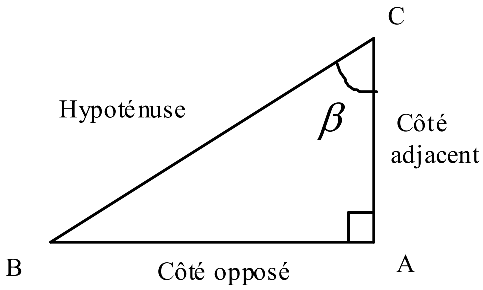
1er Cas : On considère un triangle ABC dont les mesures sont les suivantes : AB = 3 cm ; AC = 4 cm ; BC = 5 cm Vérifiez si ce triangle est rectangle : - Par le calcul	- En le dessinant

2ème Cas : On considère un triangle DEF dont les mesures sont les suivantes : DE = 4 cm ; DF = 5 cm ; EF = 6 cm Vérifiez si ce triangle est rectangle : - Par le calcul	- En le dessinant

2) Relations trigonométriques dans le triangle rectangle :

Attention : Toutes les relations que nous allons étudier ne sont valables que dans le triangle rectangle.
Regardez les triangles rectangles ci-dessous, ils sont identiques. Les noms donnés aux côtés diffèrent cependant, ils sont fonctions de l'angle considéré.





Les relations trigonométriques dans le triangle rectangle sont les suivantes :

- Le sinus d'un angle aigu est égal au rapport du côté ……………… sur …………………………..
- Le cosinus d'un angle aigu est égal au rapport du côté ……………… sur …………………….
- La tangente d'un angle aigu est égale au rapport du côté ………………………… sur le côté …………………………..

A l'aide des triangles ci-dessus, complétez les égalités suivantes :

sin α = $\dfrac{\text{Côté opposé}}{\ldots\ldots\ldots}$ = $\dfrac{\quad}{BC}$

sin β = $\dfrac{\quad}{\text{Hypoténuse}}$ = $\dfrac{\quad}{BC}$

cos α = $\dfrac{\text{Côté}}{\quad}$ = $\dfrac{\quad}{\quad}$

cos β = $\dfrac{\quad}{\quad}$ = $\dfrac{\quad}{\quad}$

tg α = $\dfrac{\text{Côté opposé}}{\text{Côté adjacent}}$ = $\dfrac{\quad}{\quad}$

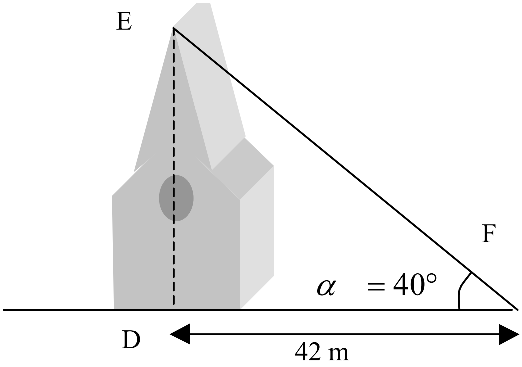
tg β = $\dfrac{\quad}{\quad}$ = $\dfrac{\quad}{\quad}$

<u>Remarque :</u>

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\dfrac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}}{\dfrac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} \times \frac{\text{hypoténuse}}{\text{côté adjacent}} = \frac{\text{Côté opposé}}{\text{Côté adjacent}} = \text{tg}\ \alpha$$

La tangente d'un angle aigu est égale au rapport de son ……………… sur son …………………………

3) <u>Calcul d'un côté du triangle :</u>



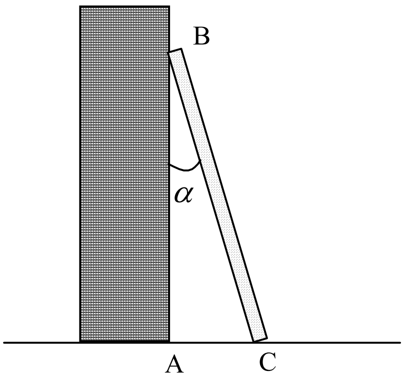
On veut calculer la hauteur d'une maison. L'appareil de visée est placé à 42 m de l'axe de la maison.
Il indique un angle α de 40°.
a) Après avoir fait l'inventaire de ce qui est donné (angles, côtés), calculez la hauteur de la maison (au cm prés).

b) A quelle distance du sommet de la maison se trouve l'appareil de visée (au cm prés) ?

a)

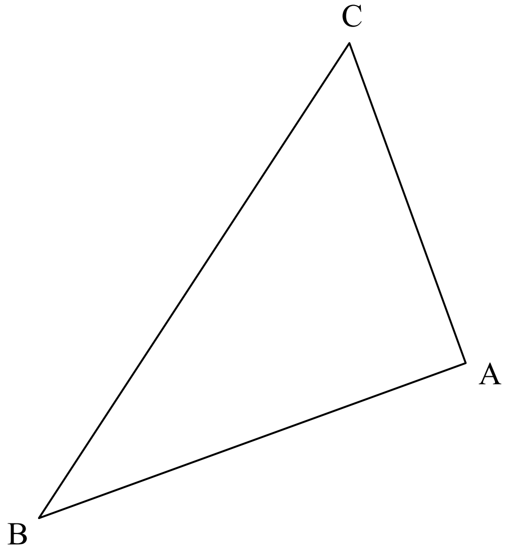
b)

4) Calcul d'un angle :



Une échelle est appuyée sur un mur, sa longueur est de 6 m. L'écartement entre le pied du mur et l'échelle est de 2,25 m.
Pour la sécurité, il faut que l'angle α soit au moins de 20°.
L'emplacement de l'échelle correspond il à la norme de sécurité ?
Pour répondre à cette question :
Faites l'inventaire de ce qui est donné (angles, côtés) et déterminez la valeur de α.

5) Exercice :

Soit un triangle ABC rectangle en A tel que AC = 45 mm et AB = 60 mm. Calculez, après avoir fait une représentation de ce triangle, l'angle $\hat{B}$. Calculez l'angle $\hat{C}$.	

III) Propriétés de Thalès :

Considérer la construction géométrique ci-contre

Les droites (Δ_1) et (Δ_2) sont sécantes.

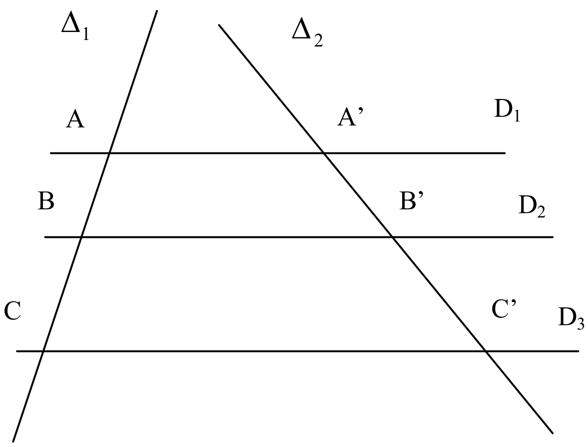
Les droites (D_1), (D_2) et (D_3) sont parallèles.

Ces parallèles déterminent sur (Δ_1) et (Δ_2) des segments correspondants.

[AB] correspond à [A'B']

[AC] correspond à [A'C']

[BC] correspond à [B'C']



Mesurez la longueur de chaque segment

AB = ………… A'B' = …………

AC = ………… A'C' = …………

BC = ………… B'C' = …………

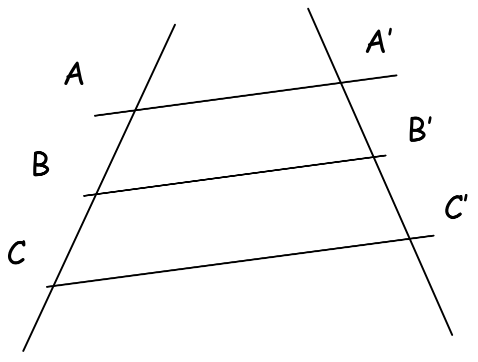
Calculez le rapport de la longueur de chaque segment sur celle de son segment correspondant ;

$\frac{AB}{A'B'}$ = $\frac{AC}{A'C'}$ = $\frac{BC}{B'C'}$ =

Quelle conclusion pouvez-vous faire ?

Des droites parallèles déterminent sur deux droites sécantes des segments correspondants dont les longueurs sont ……………………………….

Autres égalités concernant le théorème de Thalès :



L'égalité des rapports des segments correspondant nous permet d'écrire :

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$$

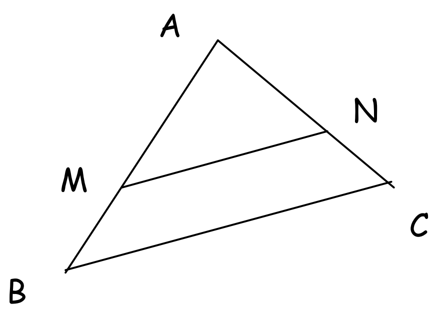
A partir des égalités précédentes prises deux par deux, on peut écrire :

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}$$ en faisant le produit en croix

AB x A'C' = A'B' x AC, puis en recomposant les termes : $\frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'}$

De la même manière on peut écrire : $\frac{BC}{AC} = \frac{B'C'}{A'C'}$; $\frac{AC}{AB} = \frac{A'C'}{A'B'}$ etc. …

De même il vous faudra admettre les égalités suivantes dans un triangle.
Dans le triangle ABC, on place un point M sur AB et un Point N sur AC de sorte que MN // BC



$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Exercice : Sachant que AB = 4,5, AM = 3 et BC = 6, calculer MN.