

CH VI) Équations :

I) Équation du type $x + a = b$:

Activité N° 1 : Vous achetez un pain que vous payez avec un billet de 10 €. On vous rend 9,10 €. Quel est le prix du pain ?

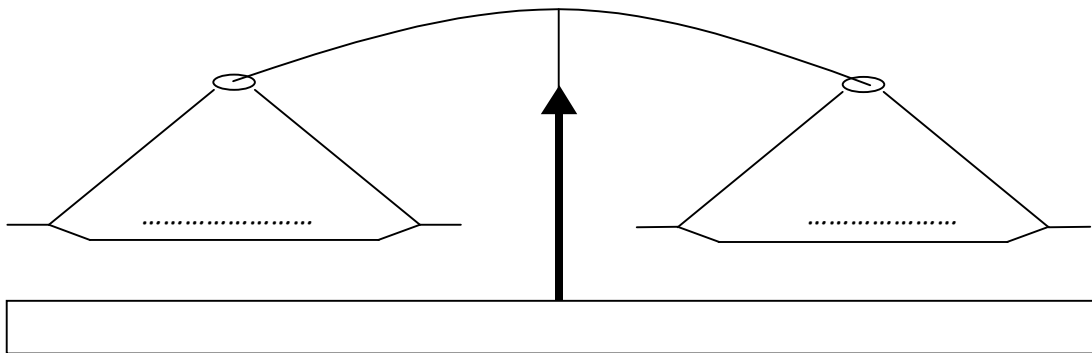
☺ Pour résoudre ce petit problème, il n'est pas nécessaire d'utiliser la résolution d'une équation puisque le résultat saute aux yeux. Essayons cependant de découvrir le mécanisme de l'équation grâce à lui.

Traduisons ce calcul en désignant par « x » le prix du pain et écrivons une égalité. 9,10 € plus le prix du pain correspond à mon billet de 10 €.

$$x + 9,10 = 10$$

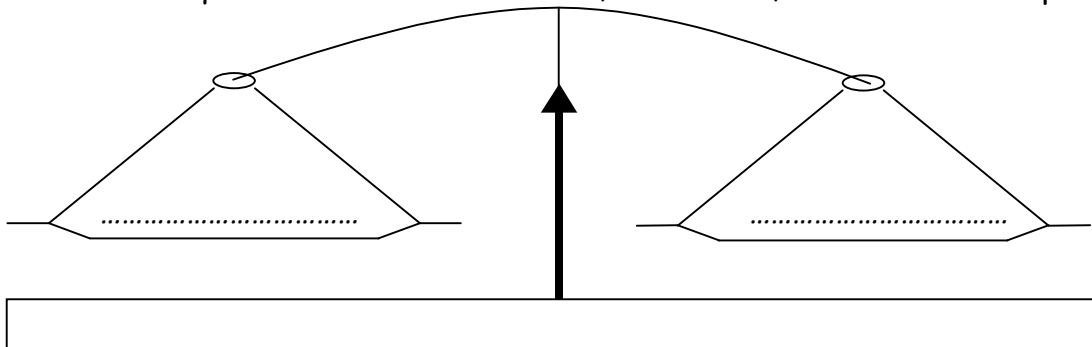
Cette égalité $x + 9,10 = 10$ s'appelle Résoudre ce type d'équation, c'est trouver

☺ On utilise ici « x » comme inconnue, mais on peut utiliser n'importe quelle autre lettre. Lorsque l'on obtient une égalité comme précédemment, on peut imaginer mettre chacun des membres sur un plateau d'une balance et que celle-ci soit à l'équilibre.



☺ Vous savez également que lorsque l'on ajoute ou que l'on retire une même valeur à chacun des plateaux d'une balance, on ne rompt pas l'équilibre de celle-ci.

Puisque résoudre une équation c'est trouver « x », enlevons 9,10 de chacun des plateaux.



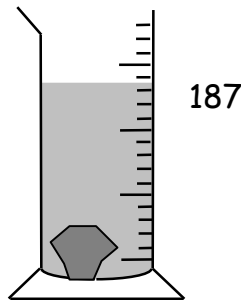
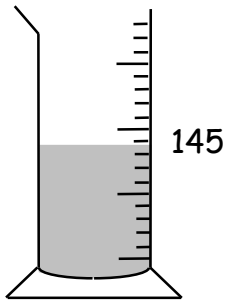
Résumons chacune des étapes précédentes en les écrivant les unes en dessous des autres.

$$x + 9,10 = 10$$

.....
.....
.....

$x = \dots\dots\dots$ est la solution de l'équation.

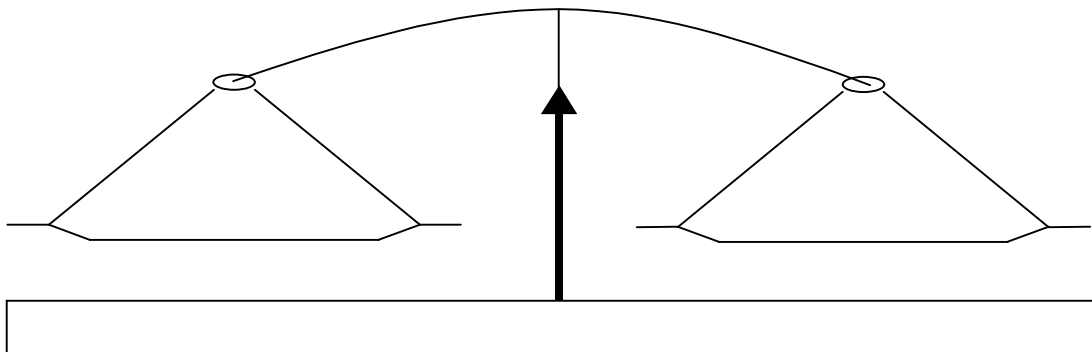
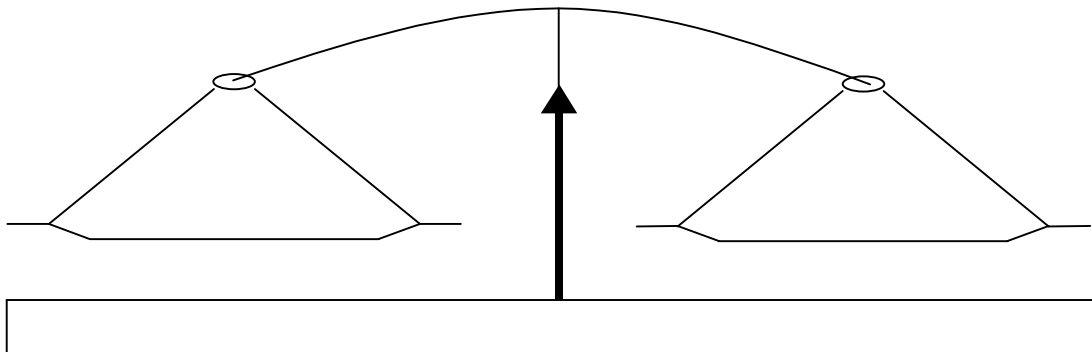
Activité N° 2 : Pour connaître le volume d'un objet, on le plonge dans un récipient gradué contenant de l'eau. Le niveau d'eau qui était à la graduation 145 passe à la graduation 187. Quel est le volume de l'objet ?



Traduire ce calcul en désignant par « x » le volume de l'objet et écrire une égalité.

..... =

Utiliser chacune des balances ci-dessous et résoudre l'équation.



Il apparaît assez difficile de devoir dessiner des balances pour résoudre une équation, écrivons pour chacune des équations précédentes les étapes importantes et observons.

$$\begin{array}{l}
 x + 9,10 = 10 \\
 x = 10 - 9,10 \\
 x = 0,90
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 x + 145 = 187 \\
 x = 187 - 145 \\
 x = 42
 \end{array}$$

☺ Dans chacun des cas, on a l'impression de prendre le terme de gauche qui s'ajoute à « x », de le passer de l'autre côté du signe « = » et de le soustraire à l'autre membre. C'est ce que nous retiendrons pour résoudre ce type d'équation.

Lorsque l'on passe un terme d'une égalité d'un côté à l'autre du signe « = », on change l'opération : « + » devient « - » et « - » devient « + ».

Exemple : Résoudre $x - 3 = 4$

$$\begin{array}{l}
 x - 3 = 4 \\
 x = 4 + 3 \\
 x = 7
 \end{array}$$

☺ Je peux vérifier que la solution de mon équation est bonne en remplaçant « x » par la valeur trouvée.

$$\begin{array}{l}
 x = 7 \\
 7 - 3 = 4 \quad (\text{vrai})
 \end{array}$$

Exercice : Résoudre les équations suivantes :

$$x + 7 = 14$$

.....

Vérif :

$$y - 3 = 7$$

.....

Vérif :

$$z + 9 = 12$$

.....

Vérif :

$$0 = x - 7$$

.....

Vérif :

$$5 = y - 8$$

.....

Vérif :

$$4 = z + 13$$

.....

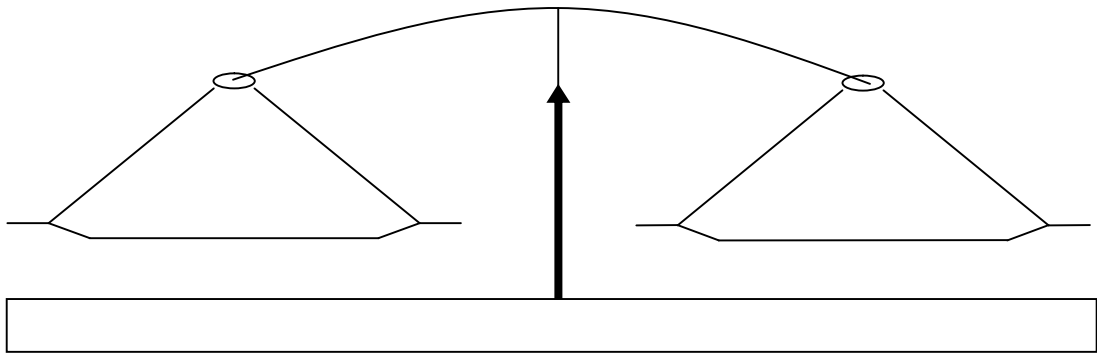
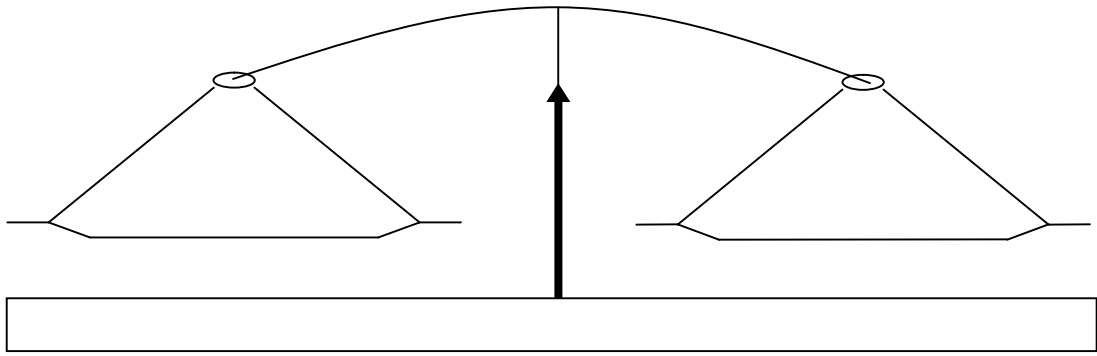
Vérif :

II) Équation du type $ax = b$:

Activité N° 1 : Vous achetez un lot de 12 feutres que vous payez 6 €. Quel est le prix d'un feutre ? Traduire ce calcul en désignant par x le prix d'un feutre et écrire une égalité.

.....

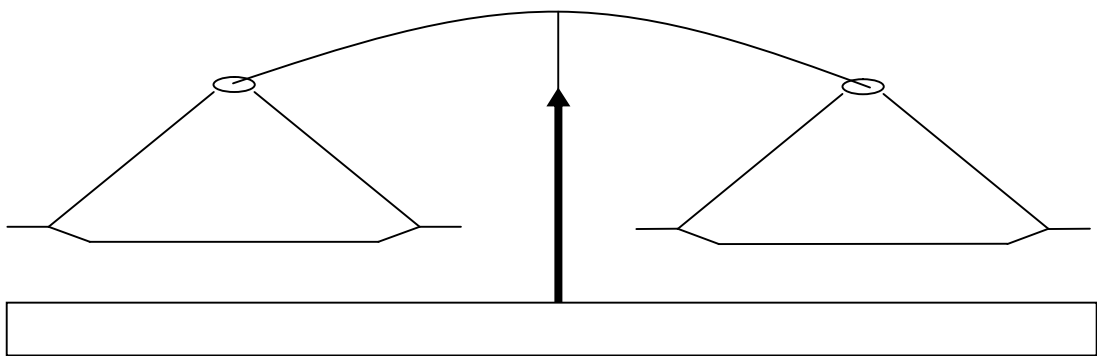
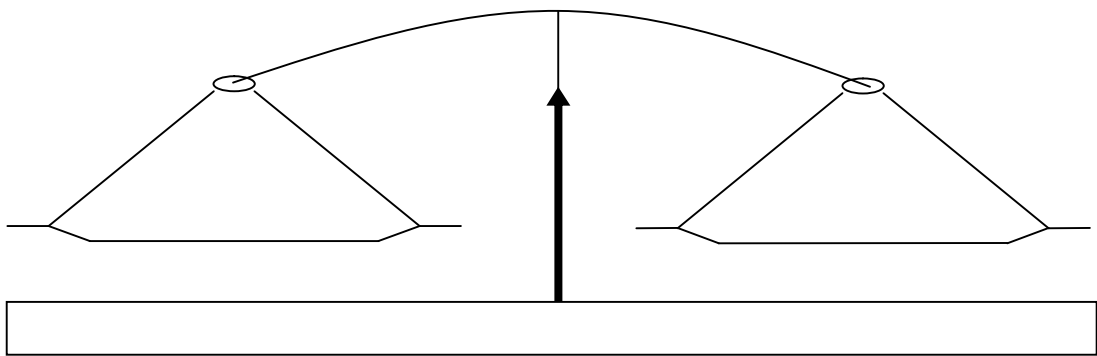
En utilisant le même principe que précédemment, résoudre l'équation.



$x = \dots\dots\dots$

Activité N°2 : Vous voulez mesurer la longueur de votre pas, pour cela vous mesurez la distance parcourue en 100 pas. Vous trouvez 70 m. Quelle est la longueur d'un pas ? Traduire le calcul en désignant par x la longueur d'un pas et écrire une égalité.

.....



$x = \dots\dots\dots$

Résumons les étapes importantes de vos calculs.

$$\begin{aligned} 12x &= 6 \\ x &= 6 / 12 \\ x &= 0,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 100x &= 70 \\ x &= 70 / 100 \\ x &= 0,70 \end{aligned}$$

Lorsque l'on passe un terme d'une égalité d'un côté à l'autre du signe « x », on change l'opération : « multiplier » devient « diviser » et « diviser » devient « multiplier ».

Exemple :

$$\begin{aligned} \frac{x}{7} &= 4 \\ x &= 4 \times 7 \\ x &= 28 \end{aligned}$$

Je peux vérifier que la solution est bonne en remplaçant x par sa valeur.

$$x = 28 \quad \frac{28}{7} = 4 \quad (\text{vrai})$$

Exercice : Résoudre les équations suivantes :

$$4x = 16$$

$$2x = 5$$

$$\frac{x}{4} = 7$$

.....
.....

.....
.....

.....
.....

Vérif :

Vérif :

Vérif :

$$3 = \frac{x}{3}$$

$$0 = 3x$$

$$-8 = 2x$$

.....
.....
.....

.....
.....
.....

.....
.....
.....

Vérif :

Vérif :

Vérif :

III) Équation du type $ax + b = c$:

Exemple : Résoudre $2x + 2 = 6$

1^{ère} étape : Il faut séparer les termes contenant « x » des nombres.

☺ Un terme contenant « x » correspond à x lui-même ou à x multiplié ou divisé par un nombre. On sépare ces termes en les mettant d'un côté ou de l'autre du signe « = ».

$$2x + 2 = 6$$

$$2x = 6 - 2$$

2^{ème} étape : On effectue le calcul intermédiaire.

$$2x = 4$$

3^{ème} étape : On peut résoudre l'équation, puisque celle-ci est revenue sous une forme connue.

L'équation est résolue de la façon suivante :

$$2x + 2 = 6$$

$$2x = 6 - 2$$

$$2x = 4$$

$$x = \frac{4}{2}$$

$$x = 2$$

On vérifie que la solution est bonne en remplaçant x par la valeur trouvée 2

$$2 \times 2 + 2 = 6 \quad (\text{vrai})$$

Exercice : Résoudre les équations suivantes :

$$\frac{x}{2} - 3 = 0$$

$$2x + 2 = 8$$

.....
.....
.....

.....
.....
.....

$$3x - 5 = 1$$

$$4x + 8 = 0$$

.....
.....
.....

.....
.....
.....

IV) Équation avec une inconnue dans chacun de ses membres :

Exemple : $7x + 2 = 2x + 7$

1^{ère} étape : On sépare les termes contenant « x » des nombres.

$$7x + 2 = 2x + 7$$

$$7x - 2x = 7 - 2$$

2^{ème} étape : On effectue les calculs intermédiaires.

$$5x = 5$$

3^{ème} étape : Il reste à résoudre une équation connue.

$$x = \frac{5}{5}$$

$$x = 1$$

Vérification :

$$7x1 + 2 = 2x1 + 7$$

$$7 + 2 = 2 + 7$$

(vrai)

Exercice 1: Résoudre les équations suivantes :

$$2x + 5 = x + 7$$

$$5x - 6 = 3 - 4x$$

.....
.....
.....
.....

.....
.....
.....
.....

$$6x + 5 = x + 10$$

$$4 + 3x = 14 - 2x$$

.....
.....
.....
.....

.....
.....
.....
.....

Exercice 2: Résoudre les équations suivantes :

☺ Lorsque l'on doit résoudre des équations du même style que celles-ci, où certains termes sont en facteurs. Il faut développer ces termes afin de ne plus avoir de parenthèses.

$$2(3x - 1) = 3x + 7$$

$$4x - 1 - 3(1 - x) = 10$$

.....
.....
.....
.....
.....

.....
.....
.....
.....
.....

$$3x + 7 - 4(4 + x) = -13$$

$$5x + 7 - 2(x + 3) = 16$$

.....
.....
.....
.....
.....

.....
.....
.....
.....
.....

V) Équation avec des fractions :

☺ Lorsque l'on doit résoudre des équations du même style que celles-ci, mais dont certains termes sont composés de fractions, le plus intéressant est de mettre tous les termes sous la forme du même dénominateur, ce qui permet de le supprimer en supposant que l'on multiplie à gauche et à droite du signe « = » par un même nombre.

Exemple : $\frac{x}{3} + 2 = \frac{x}{2} + 1$

☺ Écrivons chaque terme comme une fraction de dénominateur $3 \times 2 = 6$. En effet pour trouver un dénominateur commun, le plus simple est de multiplier les dénominateurs entre-eux.

$$\frac{2x}{6} + \frac{12}{6} = \frac{3x}{6} + \frac{6}{6}$$

☺ On supprime les dénominateurs : $2x + 12 = 3x + 6$ (Cela revient à tout multiplier par 6)

Il ne reste qu'à résoudre l'équation qui a une forme connue.

$$\begin{aligned} 2x + 12 &= 3x + 6 \\ 2x - 3x &= 6 - 12 \\ -x &= -6 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

Vérification : $2 \times 6 + 12 = 3 \times 6 + 6$
 $12 + 12 = 18 + 6$
 $24 = 24$ (vrai)

Exercice : Résoudre les équations suivantes :

$$\frac{x}{2} + 1 = \frac{3x}{2} - 2$$

$$\frac{1-x}{3} + 3 = \frac{x-2}{5} - 2$$

.....

.....

VI) Petits problèmes à une inconnue :

Exemple : Résoudre le problème suivant :

Sur la plaque d'un ascenseur, on lit : Maximum 8 personnes, 620 kg. Quelle est la masse moyenne autorisée par personne ?

Solution :

a) Choix de l'inconnue :

.....

b) Pose de l'équation :

.....

c) Résolution de l'équation :

.....

.....

.....

.....

d) Conclusion :

.....

Exercice : Trouver deux nombres entiers consécutifs dont la somme vaut 69.

Exercice : Nicolas a 16 ans et son père 38 ans, dans combien d'années l'âge du père sera-t-il le double de l'âge du fils ?