# Utilisation de la calculatrice Casio pour résoudre un problème utilisant la fonction dérivée.

Conseil : Prendre la calculatrice et faire la démarche en parallèle.

Le problème est le suivant : On étudie la glycémie (taux de sucre dans le sang) d'une personne après absorption de glucose. La glycémie peut s'exprimer en grammes par litre (g/L). Elle est fonction du temps t (en heures).
Cette glycémie est modélisée par la fonction g telle que :

$$g(t) = -0{,}5t^3 + 1{,}5t + 1 \text{ pour } t \text{ variant de } 0 \text{ à } 1{,}75.$$

On prend t = 0 au moment de l'ingestion du glucose.
Une glycémie supérieure à 1,25 g/L est appelée hyperglycémie.
Une glycémie inférieure à 0,75 g/L est appelée hypoglycémie.

Problématique : Quels sont les intervalles de temps où la personne observée est soit en hyperglycémie soit en hypoglycémie.

Souvent l'étude consiste, après avoir calculé la dérivée g' de la fonction précédente, à compléter un tableau de variation. En effet l'étude du signe de la dérivée nous indique si la fonction étudiée est croissante ou décroissante.

L'énoncé nous indique que le temps varie de 0 à 1,75 h. Ce sera le domaine d'étude de notre fonction que l'on appelle en mathématique le domaine de définition.

$$D_g = [0 ; 1{,}75]$$

Calcul de la dérivée de la fonction g(t). Pour se faire on utilise le tableau des dérivées.

| Si f(x) = | alors f'(x) = |
|---|---|
| $ax + b$ | $a$ |
| $x^2$ | $2x$ |
| $x^3$ | $3x^2$ |
| $x^n$ | $n.x^{n-1}$ |
| $\frac{1}{x}$ | $-\frac{1}{x^2}$ |
| $\sqrt{x}$ | $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ |
| $U(x) + V(x)$ | $U'(x) + V'(x)$ |
| $k.U(x) \quad (k \in \mathbb{R})$ | $k.U'(x)$ |

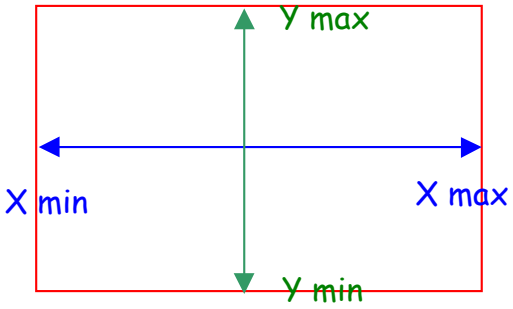
L'idée est de découper la fonction à dériver en autant de dérivées à calculer que l'on peut identifier dans le tableau précédent. Afin de ne pas se perdre entre les variables, on remplacera t par x ce qui nous aidera plus dans la suite de l'étude : $g(x) = -0{,}5x^3 + 1{,}5x + 1$.
On peut donc découper la fonction en deux fonctions l'une basée sur $x^3$ et l'autre sur

ax + b. Dans la première partie $x^3$ est multiplié par –0,5. ( Rappel : pour dériver une fonction multipliée par une constante, on multiplie la dérivée par cette constante : k.U(x) → k.U'(x)), la deuxième partie de la fonction correspond à ax + b.

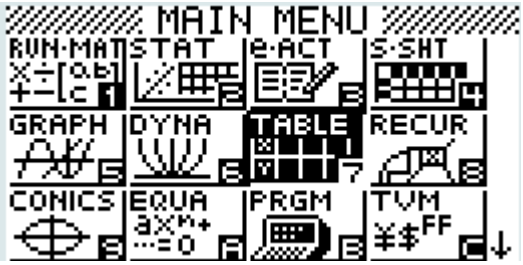
$$g(x) = -0{,}5x^3 / + 1{,}5x + 1.$$

$$g'(x) = -0{,}5(3x^2) + 1{,}5 = -1{,}5x^2 + 1{,}5.$$

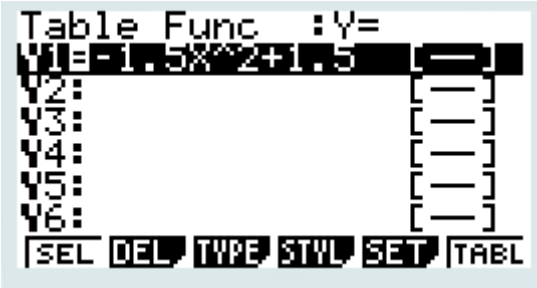
<u>Étude du signe de la dérivée.</u> Afin d'éviter des calculs, il suffit de tracer la fonction dérivée et d'observer son signe. Le problème est que la calculatrice n'affiche pas directement la courbe, il faut lui donner des paramètres. En fait, il faut être capable de proposer à la calculatrice des paramètres d'affichages tels que ceux-ci.




Les paramètres en abscisse, c'est à dire $x_{min}$ et $x_{max}$ sont simples à obtenir, il suffit de prendre le domaine de définition, ici, $x_{min}$ = 0 et $x_{max}$ = 1,75.
Par contre nous n'avons pas les valeurs en ordonnée. Il suffit de demander à la calculatrice d'afficher des valeurs de y pour x compris entre 0 et 1,75. Il faut aller dans la partie tableau de la calculatrice.



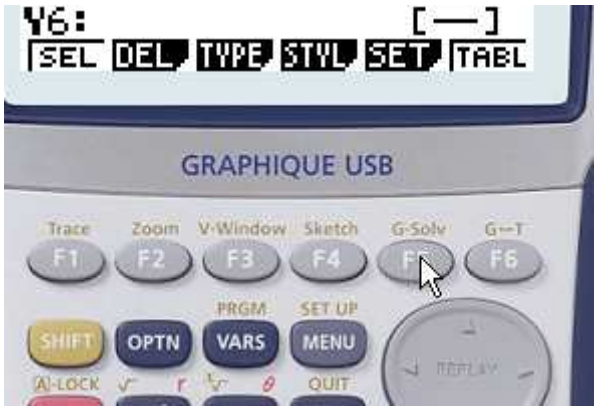

Il faut ensuite taper la fonction dérivée.

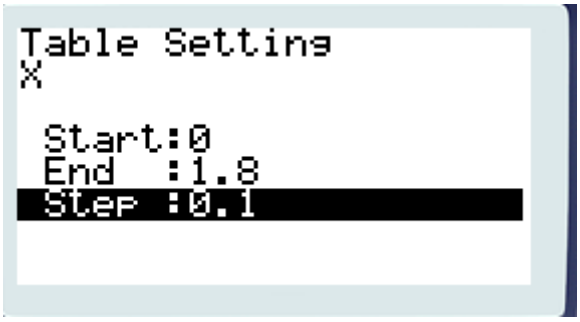



Attention aux erreurs de saisie, pour la puissance prenons l'habitude d'utiliser la touche qui est la touche puissance de la calculatrice. Une deuxième source d'erreur est l'utilisation du – de la calculatrice.

Rappels: Lorsque l'on écrit un nombre négatif et que ce nombre est seul comme - 5, il faut utiliser le (−), lorsqu'il s'agit d'une opération comme 5 – 3, il faut utiliser −.

Afin d'obtenir un tableau de valeurs, il faut indiquer à la calculatrice que le tableau doit afficher des valeurs comprises entre 0 et 1,75. Il faudra aussi préciser le pas, c'est à dire l'espace entre chaque valeur, si nous laissons 1, il n'y aura que 2 valeurs: 0 et 1. Nous prendrons un pas de 0,1 et de ce fait des valeurs de x comprises entre 0 et 1,8. Pour ce faire appuyons sur SHIFT F5 pour faire apparaître les paramètres de SET.




Après avoir quitter cet écran en appuyant sur EXIT, on lance "table" en cliquant sur

Il nous est possible alors d'obtenir les valeurs $y_{max}$ et $y_{min}$. Celles-ci sont

| X | Y1 |
|---|---|
| 0 | 1.5 |
| 0.1 | 1.485 |

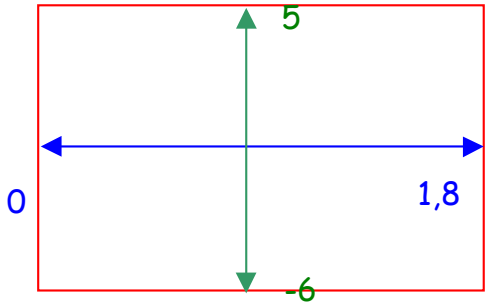
et

| X | Y1 |
|---|---|
| 1.5 | -1.875 |
| 1.6 | -2.34 |
| 1.7 | -2.835 |
| 1.8 | -3.36 |

.

Ces deux valeurs nous permettrons d'établir les paramètres en ordonnée de la courbe. Il faut savoir que la calculatrice donne des informations par le biais de son écran et nous

devons en tenir compte, c'est pourquoi nous augmenterons $y_{max}$ en ajoutant quelques unités et nous diminuerons $y_{min}$ en enlevant quelques unités.
Prenons pour $y_{max}$ qui était de 1,5 la valeur 5, et pour $y_{min}$ qui était de –3,36 la valeur –6.
Voici nos paramètres d'affichage de l'écran.




On bascule sur

et on s'assure avant de poursuivre que la fonction est bien sélectionnée, c'est à dir que le signe "=" est en surbrillance

.

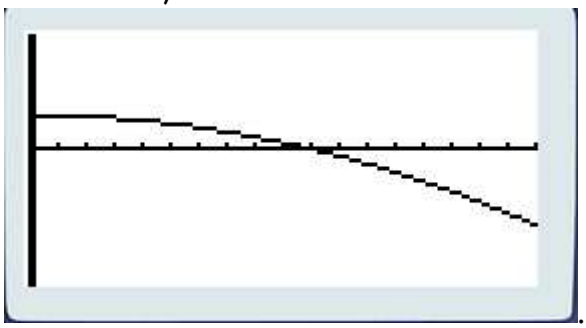
On lance V-Windows

et on remplace les 6 valeurs dont nous avons besoin

et

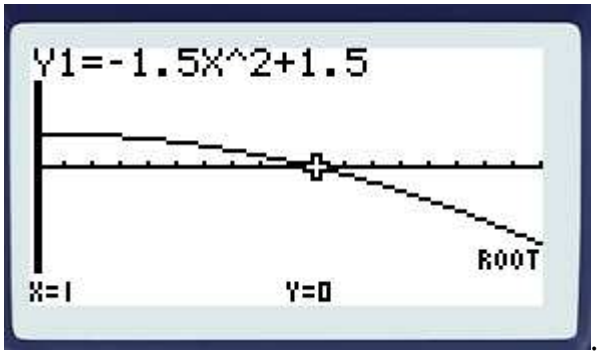
. On ne s'occupe pas des autres. Après avoir quitté cet écran en faisant

, on lance

. La courbe obtenue est la suivante 
.

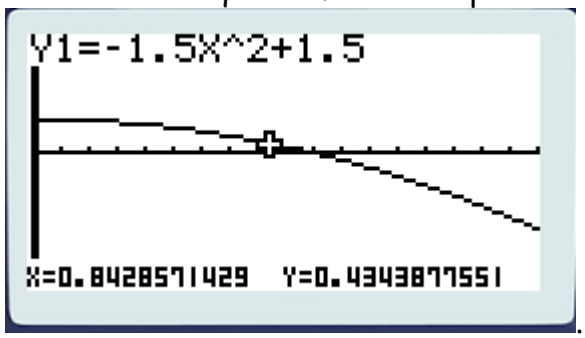
Le signe de la dérivée est alors évident, il suffit de déterminer la valeur qui annule la dérivée en lançant G-Solve

, attention cette fonction n'existe pas sur les anciennes casios. On demande alors les racines de l'équation (ici une seule) en appuyant sur

. La calculatrice affiche 

. Pour les calculatrices n'ayant pas G-Solve, on utilise la fonction

, il suffit alors de se déplacer sur la courbe pour déterminer la racine de l'équation. On se déplace sur la courbe par la touche

et on obtient 

.

A partir de cette courbe, il est facile de compléter le signe de la dérivée.

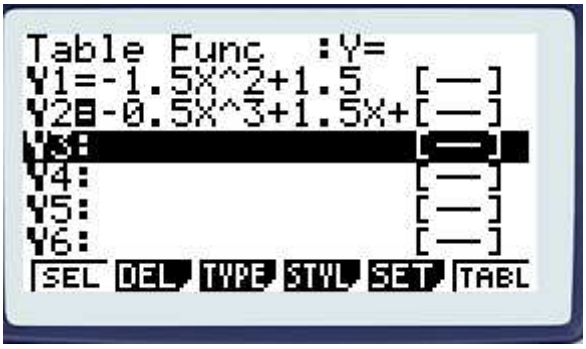
| x | 0 | | 1 | | 1,75 |
|---|---|---|---|---|---|
| Signe de f'(x) | | + | 0 | - | |

Le signe de la dérivée nous indique que la fonction est croissante si celui-ci est positif et décroissante s'il est négatif.

| x | 0 | | 1 | | 1,75 |
|---|---|---|---|---|---|
| Signe de f'(x) | | + | 0 | - | |
| f(x) | | ↗ | | ↘ | |

Il nous reste à déterminer les valeurs aux bornes de la fonction f(x). Il suffit de repartir dans

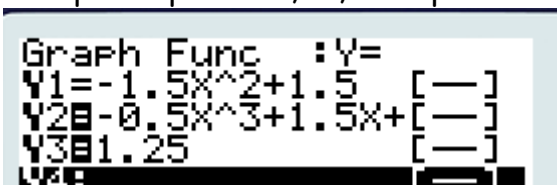
, d'écrire la fonction.



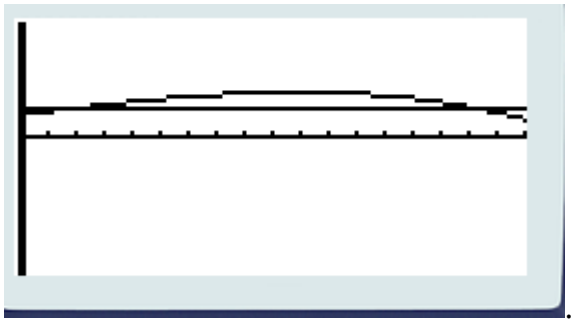

On pourra désélectionner la fonction dérivée en se positionnant sur elle et en appuyant sur la touche . Le tableau de valeurs apparaît, il ne reste qu'à compléter le tableau de variation.


| x | 0 | | 1 | | 1,75 |
|---|---|---|---|---|---|
| Signe de f'(x) | | + | 0 | - | |
| f(x) | 1 | ↗ | 2 | ↘ | 0,95 |

On peut alors répondre à la question: " A quel moment est-on en hyperglycémie ?"
On est en hyperglycémie lorsque la glycémie est supérieure à 1,25 g/L. La valeur de y ne doit pas dépasser 1,25, on tape donc l'équation y = 1,25 dans .

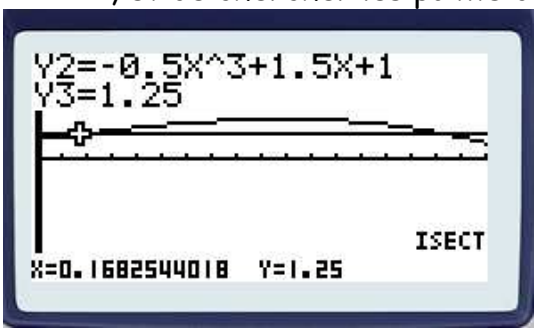


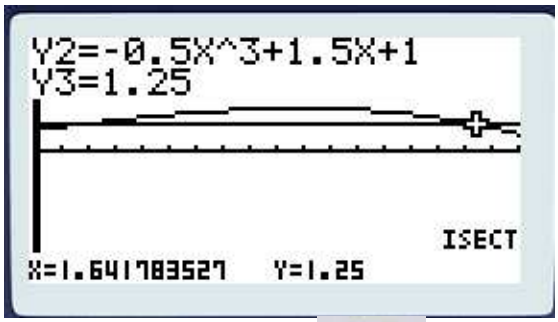

On en profite pour s'assurer que seules la fonction initiale et la droite y = 1,25 sont sélectionnées.
Tous les paramètres étant dans la calculatrice, on lance:

et on obtient  . Pour déterminer les valeurs de x pour lesquelles la glycémie est de 1,25 g/L, il suffit de lancer G-Solve

, et de chercher les points d'intersection "ISCT" des deux courbes.

.



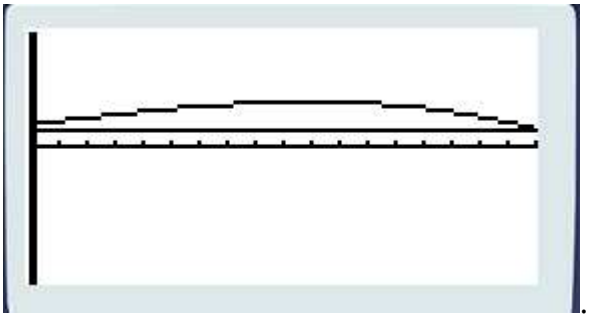



On est en hyperglycémie entre 0,16 h et 1,65 h. Il est possible d'utiliser

pour répondre à cette question.

On peut également répondre à la question: " A quel moment est-on en hypoglycémie ?"

Il suffit de tranformer la droite y = 1,25 en y = 0,75 car on est en hypoglycémie si la glycémie inférieure à 0,75 g/L.


.

La réponse est jamais entre 0 h et 1,75 h.