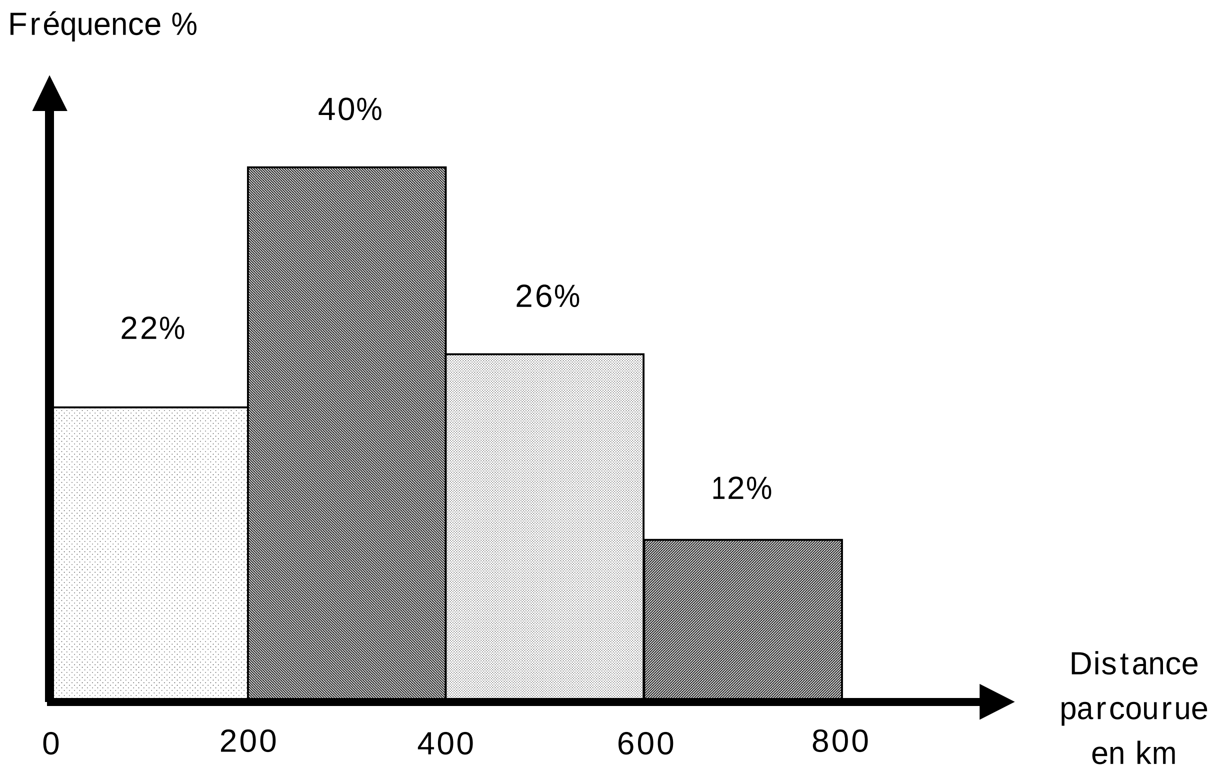
Mathématiques

Exercice 1 : (7,5 points)

Une entreprise assurant le service restauration à bord des trains de voyageurs souhaite renforcer son offre. Elle effectue une étude statistique des distances, en km, parcourues par des voyageurs en train. L'histogramme ci-dessous présente les résultats de cette étude.



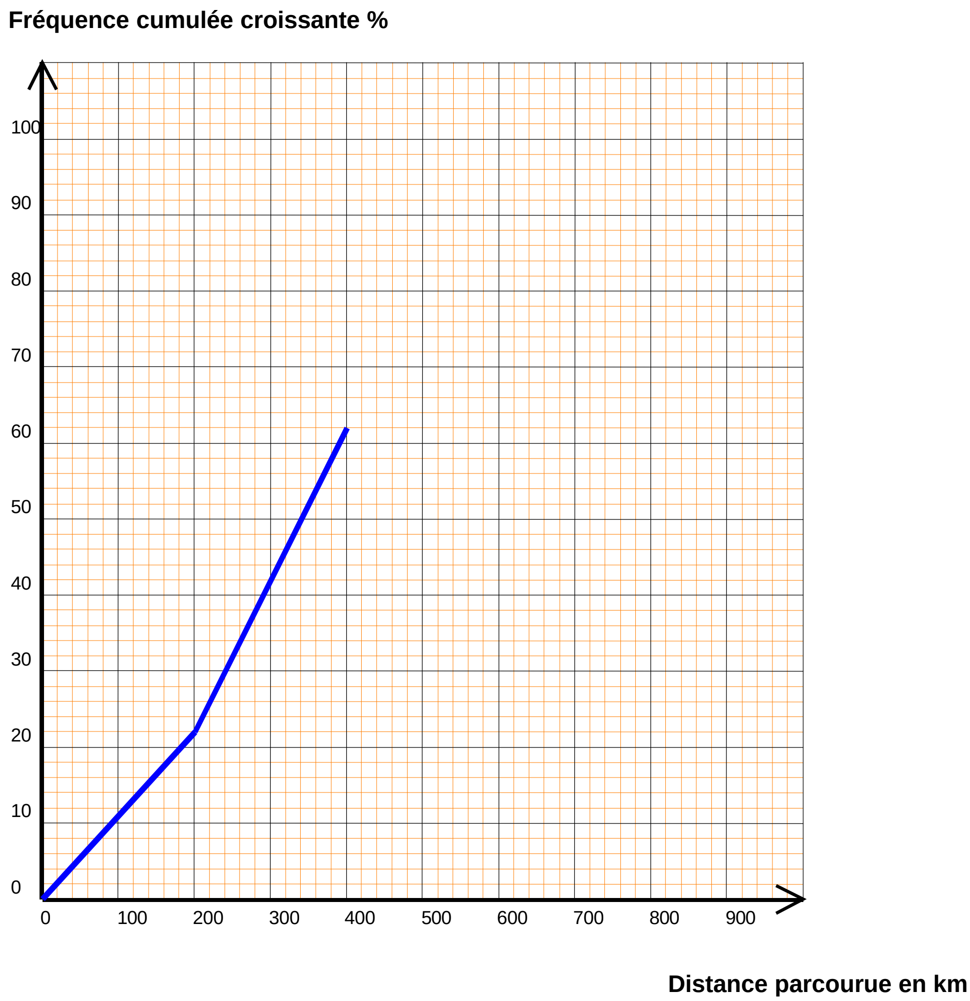
1.1) Donner la nature (qualitative ou quantitative, continue ou discontinue) du caractère statistique étudié.

1.2) Compléter les colonnes, sauf la dernière, du tableau statistique suivant :

Distance parcourue en km	Fréquence %	Fréquence cumulée croissante %	Effectif n_i	Centre de classe x_i	
[0 ; 200[	22	22	264	100	
[200 ; 400[	40	62	480	300	
[400 ; 600[			312		
[; [					
Total	100		1200		

1.3) Calculer la distance moyenne $\bar{d}$. On admet que toutes les distances comptées dans une même classe sont égales au centre de la classe. Le candidat peut utiliser les fonctions statistiques de la calculatrice et écrire directement la valeur de $\bar{d}$.

1.4) Compléter le polygone des fréquences cumulées croissantes.



1.5) Déterminer, en utilisant le polygone des fréquences cumulées croissantes, la valeur d_M de la médiane. Laisser apparents les traits de construction utiles à la détermination. Donner une signification de cette valeur.

1.6) L'entreprise décide de renforcer son offre de service restauration sur les lignes de chemin de fer où la distance parcourue appartient à la même classe que la moyenne et la médiane. Déterminer cette classe à l'aide du tableau statistique précédent.

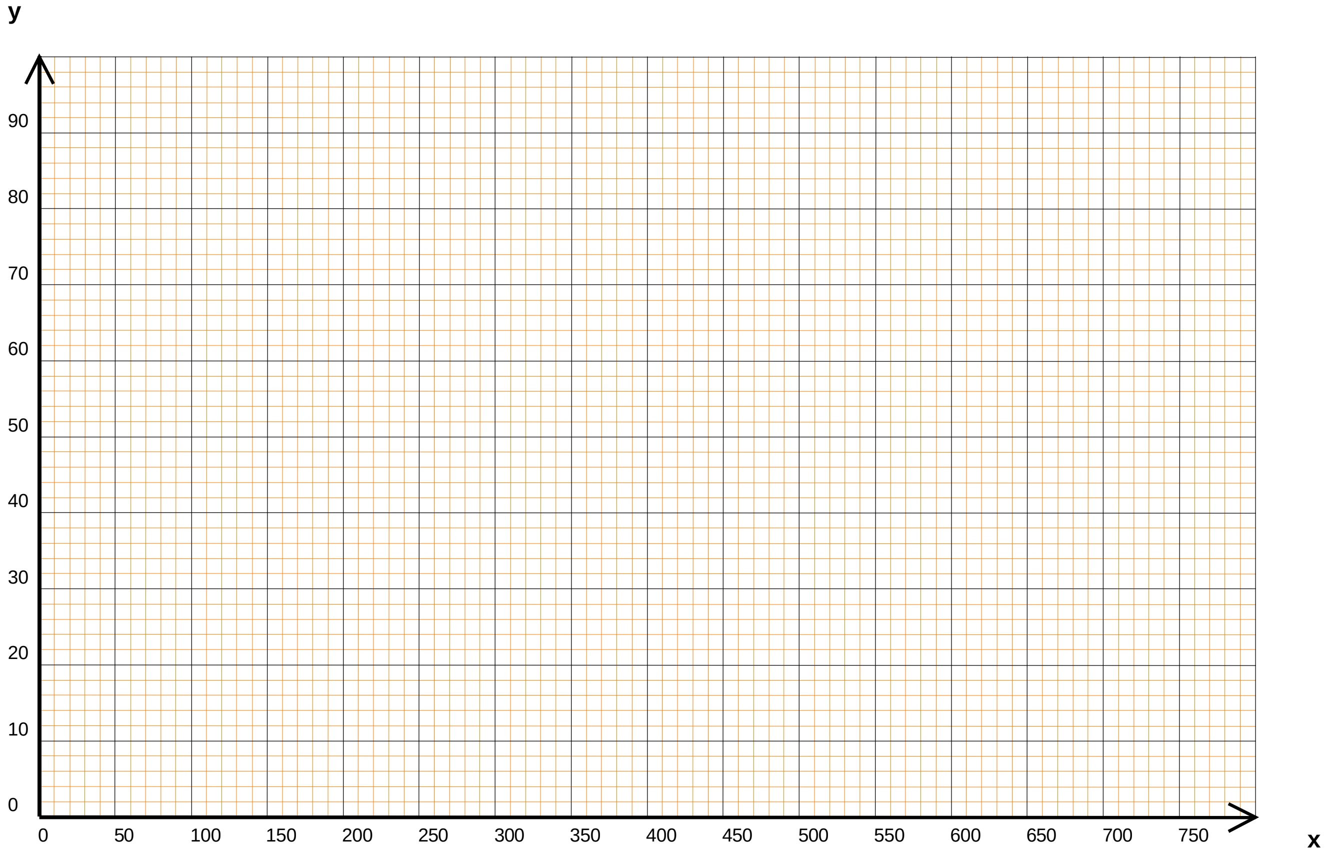
Exercice 2 : (5 points)

On considère que le prix y, en €, du billet de train est proportionnel à la distance parcourue x en km. Le coefficient de proportionnalité qui permet de passer de la distance parcourue au prix est égal à 0,12.

2.1) Compléter le tableau de proportionnalité suivant :

Distance parcourue en km, x	100	200	300
Prix de billet en €, y			

2.2) Placer les points de coordonnées (x ; y) dans le plan rapporté au repère suivant :



2.3) Les trois points de coordonnées (x ; y) appartiennent à la représentation graphique de la fonction définie par f(x) = 0,12x pour x compris entre 0 et 750.

2.3.1) Représenter graphiquement f pour x compris entre 0 et 750 à l'aide du repère précédent.

2.3.2) Déterminer graphiquement l'abscisse du point de la représentation graphique de f qui a pour ordonnée 42. Laisser apparents les traits utiles à la détermination.

2.4) En déduire la plus grande distance qu'il est possible de parcourir en train avec 42 €.

Exercice 3 : (7,5 points)

Pour les vacances, une famille composée de 2 adultes et de 2 enfants décide de partir à la découverte de certaines épaves de la côte atlantique. Le centre de plongée sous-marine proposes le tarif suivant :

Pension complète :	270 € par adulte et 160 € par enfant
Forfait de 10 plongées encadrées :	121 € par adulte et 82 € par enfant.
Trajet aller – retour en TGV atlantique :	156 € pour l'ensemble de la famille.

3.1) Calculer, pour cette famille, le coût total C du séjour comprenant la pension complète, les forfaits de 10 plongées encadrées et le trajet aller – retour en TGV atlantique.

3.2) Le jour de la réservation il faut verser un acompte égal à 20 % du coût total du séjour. Calculer le montant M de l'acompte à verser le jour de la réservation.

3.3) Pour payer les 1 137,60 € restant, la famille choisit le paiement à crédit sous la forme de 4 mensualités égales. La première est payable un mois après la réservation du séjour. La détermination du montant x des mensualités conduit à écrire :

$$4x - (1+2+3+4) \text{ x } \frac{0{,}06}{12} x = 1137{,}6$$

3.3.1) Montrer que cette équation peut s'écrire : 3,95x = 1 137,6.

3.3.2) Résoudre cette équation et donner le montant des mensualités.

3.4) En prévision de ce séjour la famille avait placé 560 € pendant 2 ans à intérêts composés au taux annuel de 3,5 %.

3.4.1) Calculer la valeur acquise A par ce placement. Arrondir la valeur au centime.

3.4.2) Cette valeur acquise permettra-t-elle de payer l'acompte et la première mensualité ? Justifier la réponse.

Formulaire de mathématiques

Identités remarquables

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Puissances d'un nombre

$(ab)^m = a^m b^m$
$a^{m+n} = a^m a^n$
$(a^m)^n = a^{mn}$

Racines carrées

$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$

$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : U_1 ; raison : r
Terme de rang n :
$U_n = U_{n-1} + r$
$U_n = U_1 + (n - 1)r$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : U_1 ; raison : q
Terme de rang n :
$U_n = U_{n-1}q$
$U_n = U_1 q^{n-1}$

Statistiques

Moyenne $\overline{x} = \dfrac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + ... + n_p xp}{N}$

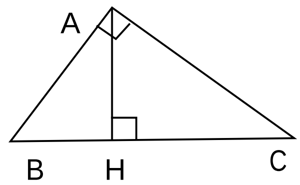
Ecart type s

$$s^2 = \frac{n_1(x_1 - \overline{x})^2 + n_2(x_2 - \overline{x})^2 + ... + n_p(x_p - \overline{x})^2}{N}$$

$$= \frac{n_1 x_1{}^2 + n_2 x_2{}^2 + ... + n_p x_p{}^2}{N} - \overline{x}^2$$

Relation métrique dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$
$AH.BC = AB.AC$



$\sin\hat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos\hat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan\hat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Calculs d'intérêts

C : Capital ; t taux périodique ; n nombre de périodes ;
A : Valeur acquise après n périodes

Intérêts simples	Intérêts composés
$I = Ctn$ $A = C + I$	$A = C(1 + t)^n$