

Mathématiques

Exercice 1 : (8 points)

L'objet de l'étude est le nombre d'habitants des 99 agglomérations mondiales les plus peuplées.

- 1.1) A l'aide du tableau en annexe.
 - 1.1.1) Nommer l'agglomération la plus peuplée.
 - 1.1.2) Indiquer le rang r_p et le nombre n_p d'habitants de l'agglomération de Paris.
 - 1.1.3) Les villes sont classées selon le nombre réel d'habitants et non selon la valeur arrondie de ce nombre. Préciser l'ordre employé en allant du rang 1 vers le rang 99
 - 1.1.4) Déterminer le nombre médian M_e d'habitants de cette série statistique et la ville correspondante.
- 1.2) Compléter la deuxième et la troisième colonne du tableau suivant.

Nombre d'habitants (en millions)	Nombre d'agglomérations n_i	Centre de classe x_i	
[3 ; 3,5[11	3,25	
[3,5 ; 4[16	3,75	
[4 ; 4,5[7	4,25	
[4,5 ; 5[10	4,75	
[5 ; 6[12	5,5	
[6 ; 8[10	7	
[8 ; 10[9	9	
[10 ; 15[13		
[15 ; 20[6		
[20 ; 32[
Total			

- 1.3) Donner la nature du caractère statistique étudié.
- 1.4) En utilisant la valeur centrale des classes calculer le nombre moyen d'habitants \bar{n} . Arrondir la valeur à l'unité. Le candidat peut utiliser uniquement les fonctions statistiques de la calculatrice et écrire directement la valeur de \bar{n} .
- 1.5) Comparer le nombre d'habitants de Paris à la moyenne et à la médiane.

Exercice 2 : (6 points)

Dans le tableau suivant sont donnés le nombre d'habitants de Caracas (Venezuela) et Ankara (Turquie) à différentes dates.

Année	1990	2000	2005
Nombre d'habitants de Caracas (en millions)	3,55	3,83	3,97
Nombre d'habitants d'Ankara (en millions)	2,56	3,26	3,61

On cherche à modéliser l'évolution du nombre d'habitants par des fonctions mathématiques. Pour cela, on pose : $x = 1$ pour 1991, $x = 2$ pour 1992, etc...

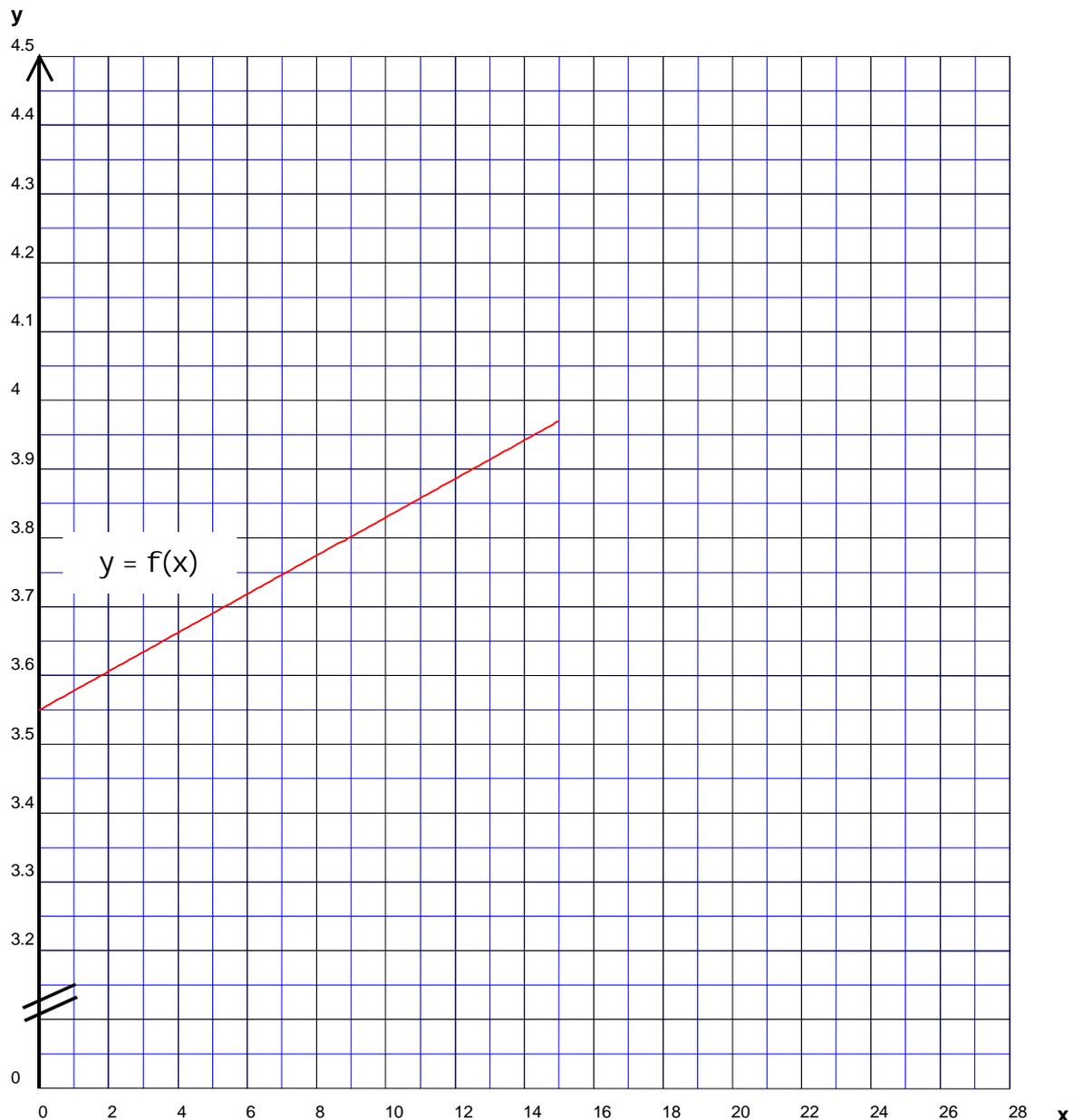
La relation en x et l'année a peut se traduire par la relation $a - 1990 = x$.

2.1) Déterminer la valeur x qui correspond à l'année 2015.

2.2) Déterminer l'année qui correspond à $x = 10$.

2.3) L'évolution du nombre d'habitants de Caracas est modélisé par la fonction f de la variable réelle x , définie par $f(x) = 0,028x + 3,55$.

La représentation graphique de f , sur $[0 ; 15[$ est tracée ci-dessous.



$f(x)$ est le nombre de millions d'habitants de Caracas à l'instant x .

On suppose que le nombre d'habitants de Caracas suit, après 2005, la même évolution qu'entre 1990 et 2005.

Déterminer graphiquement une estimation du nombre n_c d'habitants de Caracas en 2015.

Laisser apparents les traits utiles à la lecture.

2.4) L'évolution du nombre d'habitants d'Ankara est modélisé par la fonction g de la variable réelle x , définie par $g(x) = 0,07x + 2,56$.

$g(x)$ est le nombre de millions d'habitants d'Ankara à l'instant x .

2.4.1) Nommer la ville (Caracas ou Ankara) dont le nombre d'habitant évolue le plus vite. Justifier la réponse à l'aide des expressions mathématiques des fonctions affines f et g .

2.4.2) Résoudre le système d'inconnues x et y
$$\begin{cases} 0,028x + 3,55 = y \\ 0,07x + 2,56 = y \end{cases}$$

Arrondir les solutions à 10^{-2} .

2.4.3) En déduire l'année au cours de laquelle le nombre d'habitants de Caracas serait égal à celui d'Ankara.

Exercice 3 : (6 points)

Le tableau suivant présente, au 10 janvier des années considérées, le nombre d'habitants de Djakarta (Indonésie).

Année	1980	1990	2000
Nombre d'habitants (en millions)	9	12,6	17,64

3.1) Les nombres 9 ; 12,6 et 17,64 écrits dans cet ordre, forment une suite géométrique. Justifier cette affirmation. Donner le premier terme u_1 et la raison q de cette suite.

3.2) On suppose que les nombres théoriques d'habitants (en millions) de Djakarta, en 2010 et 2040, constituent respectivement les 4^{ième} et 7^{ième} termes de la suite géométrique de raison 1,4 et de premier terme 9.

Calculer les nombres théoriques d'habitants (en millions) de Djakarta en 2010 et en 2040. Arrondir les valeurs à 10^{-2} .

3.3) Déterminer le pourcentage d'augmentation du nombre d'habitants de Djakarta en 10 ans.

Annexe

Rang	Agglomération (pays)	Habitants (en millions)	Rang	Agglomération (pays)	Habitants (en millions)
1	Tokyo (Japon)	31,1	51	Shenyang (Chine)	5,3
2	New York (USA)	27,9	52	Khartoum (Soudan)	5,2
3	Séoul (Corée du sud)	22,4	53	San Diego/Tijuana (USA/Mexique)	5,1
4	Mexico (Mexique)	20,9	54	Ahmadabad (Inde)	5,1
5	Djakarta (Indonésie)	20,1	55	Saint-Petersbourg (Russie)	5,1
6	Manille (Philippines)	18,9	56	Kuala Lumpur (Malaisie)	4,9
7	São Paulo (Brésil)	18,2	57	Détroit/Windsor (USA/Canada)	4,9
8	Delhi (Inde)	18,2	58	Madrid (Espagne)	4,9
9	Bombay (Inde)	18,1	59	Riyad (Arabie Saoudite)	4,8
10	Hong Kong/Shenzhen (Chine)	17,7	60	Rangoon (Birmanie)	4,8
11	Osaka (Japon)	15,1	61	Dallas (USA)	4,7
12	Los Angeles (USA)	14,4	62	Houston (USA)	4,6
13	Shanghai (Chine)	14,3	63	Colombo (Sri-Lanka)	4,6
14	Calcutta (Inde)	14,2	64	Belo Horizonte (Brésil)	4,6
15	Le Caire (Égypte)	12,5	65	Bruxelles (Belgique)	4,5
16	Moscou (Russie)	12,3	66	Singapour/Johore Baharu (Malaisie)	4,4
17	Tianjin (Chine)	11,7	67	Pusan (Corée du Sud)	4,4
18	Istanbul (Turquie)	11,6	68	Pune (Inde)	4,3
19	Rio de Janeiro (Brésil)	11,6	69	Wuhan (Chine)	4,3
20	Buenos Aires (Argentine)	11,6	70	Atlanta (USA)	4,3
21	Dacca (Bangladesh)	11,3	71	Barcelone (Espagne)	4,1
22	Karachi (Pakistan)	11,1	72	Caracas (Venezuela)	4,0
23	Téhéran (Iran)	10,4	73	Abidjan (Côte d'Ivoire)	3,9
24	Essen (Allemagne)	10,1	74	Guadalajara (Mexique)	3,9
25	Paris (France)	9,9	75	Manchester (Royaume Uni)	3,9
26	Pékin (Chine)	9,8	76	Milan (Italie)	3,8
27	Londres (Royaume-Uni)	9,3	77	Berlin (Allemagne)	3,8
28	Bangkok (Thaïlande)	9,1	78	Fukuoka (Japon)	3,7
29	Chicago (USA)	8,8	79	Chongqing (Chine)	3,7
30	Taipei (Taiwan)	8,4	80	Medan (Indonésie)	3,7
31	Lima (Pérou)	8,3	81	Sydney (Australie)	3,7
32	Lagos (Nigéria)	8,0	82	Ankara (Turquie)	3,6
33	Bogota (Colombie)	8,0	83	Porto Alegre (Brésil)	3,6
34	Kinshasa (rép. Dém. Du Congo)	7,2	84	Nairobi (Kenya)	3,6
35	Nagoya (Japon)	7,1	85	Cirebon (Indonésie)	3,5
36	Madras (Inde)	6,9	86	Guangzhou (Chine)	3,5
37	Boston (USA)	6,7	87	Chittagong (Bangladesh)	3,5
38	Johannesbourg (Afrique du Sud)	6,5	88	Monterrey (Mexique)	3,5
39	Surabaya (Indonésie)	6,5	89	Recife (Brésil)	3,4
40	Washington (USA)	6,5	90	Jiddah (Arabie Saoudite)	3,4
41	Bangalore (Inde)	6,4	91	Addis Abeba (Éthiopie)	3,4
42	Hyderabad (Inde)	6,1	92	Casablanca (Maroc)	3,4
43	Lahore (Pakistan)	6,0	93	Surat (Inde)	3,4
44	Santiago (Chili)	5,8	94	Phoenix (USA)	3,4
45	Bandung (Indonésie)	5,8	95	Taichung (Thaïlande)	3,4
46	Bagdad (Irak)	5,7	96	Athènes (Grèce)	3,4
47	Toronto (Canada)	5,6	97	Pyongyang (Corée du Nord)	3,4
48	Ho Chi Minh (Viêt-nam)	5,6	98	Alexandrie (Égypte)	3,3
49	San Francisco (USA)	5,5	99	Montréal (Canada)	3,3
50	Miami (USA)	5,4			

Formulaire de mathématiques

Identités remarquables

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Puissances d'un nombre

$$(ab)^m = a^m b^m$$

$$a^{m+n} = a^m a^n$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

Racines carrées

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \sqrt{b}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : U_1 ; raison : r

Terme de rang n :

$$U_n = U_{n-1} + r$$

$$U_n = U_1 + (n - 1)r$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : U_1 ; raison : q

Terme de rang n :

$$U_n = U_{n-1}q$$

$$U_n = U_1 q^{n-1}$$

Statistiques

$$\text{Moyenne } \bar{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_p x_p}{N}$$

Ecart type S

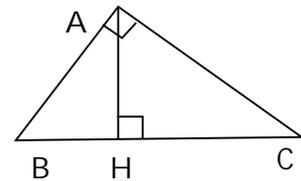
$$S^2 = \frac{n_1 (x_1 - \bar{x})^2 + n_2 (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_p (x_p - \bar{x})^2}{N}$$

$$= \frac{n_1 x_1^2 + n_2 x_2^2 + \dots + n_p x_p^2}{N} - \bar{x}^2$$

Relation métrique dans le triangle rectangle

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$AH \cdot BC = AB \cdot AC$$



$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} ; \cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} ; \tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$$

Calculs d'intérêts

C : Capital ; t : taux périodique ; n : nombre de périodes ;

A : Valeur acquise après n périodes

Intérêts simples

$$I = Ctn$$

$$A = C + I$$

Intérêts composés

$$A = C(1 + t)^n$$