Le gérant d'une salle de remise en forme vous demande de réaliser une étude permettant de prévoir la rentabilité de son centre en 2008, en suivant les étapes suivantes :

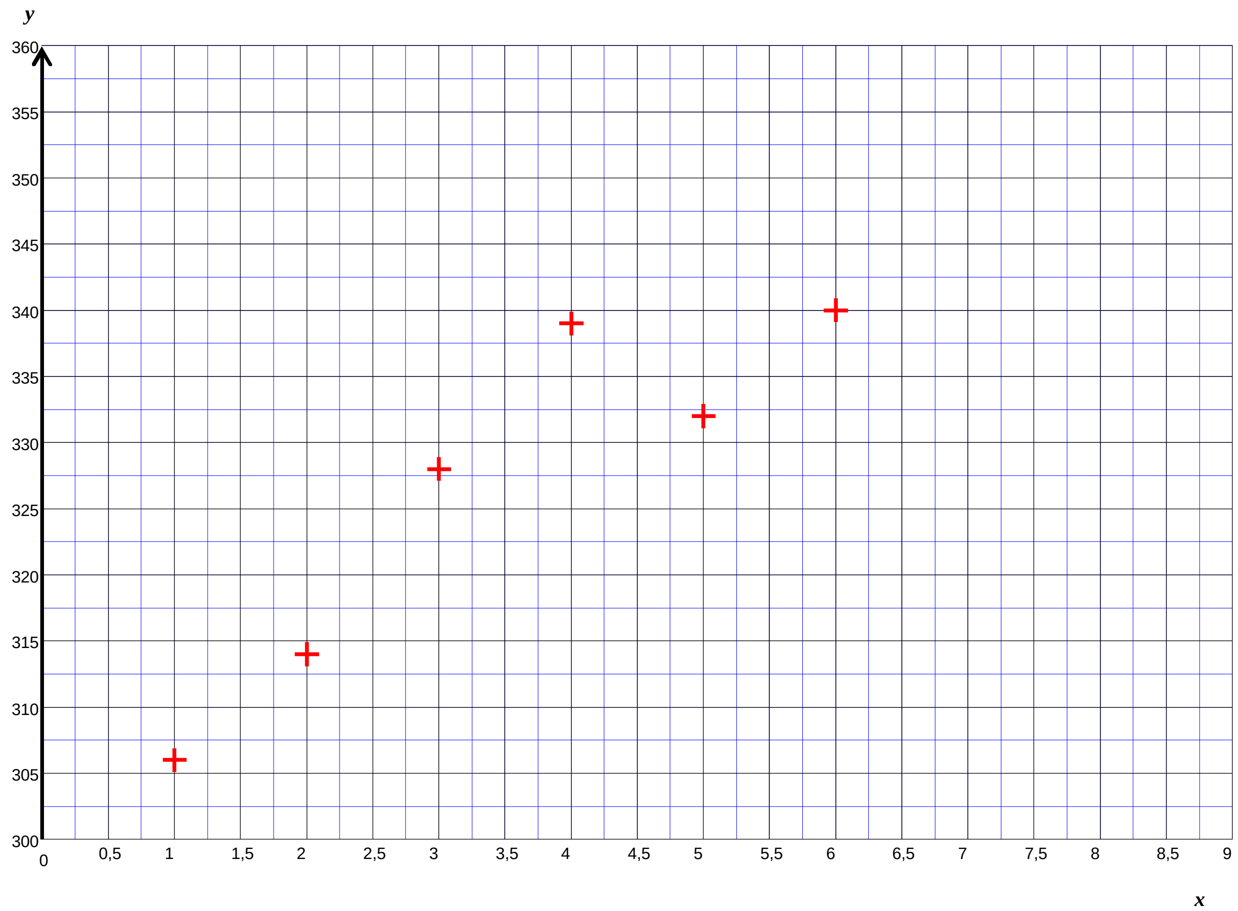
- En tenant compte de la quantité d'abonnements annuels réalisés entre 2002 et 2007, vous devrez prévoir le nombre d'abonnements annuels que le gérant peut espérer réaliser en 2008 ;
- En tenant compte du prix d'un abonnement annuel et du coût de fonctionnement du centre, vous devrez estimer le nombre d'abonnements annuels que l'entreprise devra réaliser en 2008 pour être rentable ;
- En réunissant les résultats de vos deux travaux précédents, vous devrez dire si le centre sera rentable ou non en 2008.

PARTIE I : Prévision du nombre d'abonnements annuels en 2008 (4,5 points)

Le tableau ci-dessous regroupe les nombres d'abonnements annuels réalises entre 2002 et 2007.

Année	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année x	1	2	3	4	5	6
Nombre d'abonnements annuels réalisés y	306	314	328	339	332	340

Cette série statistique est représentée par le nuage de points placés dans le repère.



1. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage de points.

2. On prend la droite d'équation $y = 6,8x + 302,7$ comme droite d'ajustement du nuage de points.
   a. Vérifier par un calcul que le point moyen G appartient à cette droite.

   b. Placer le point G et tracer la droite d'ajustement dans le repère de l'annexe 1.

3. Déterminer graphiquement le nombre d'abonnements annuels prévisibles pour 2008. Vérifier le résultat par un calcul.

PARTIE II : Étude de la rentabilité du centre de remise en forme en 2008 (15,5 points)

Le gérant du centre de remise en forme estime que :

- Pour des raisons de sécurité, le nombre maximum d'abonnement annuels qu'il peut vendre est de 600 ;
- Le prix d'un abonnement annuel est fixé à 320 € en 2008 ;
- Le coût d'un abonnement C(n), en euros, s'exprime, en fonction du nombre n d'abonnements annuels vendus, par la relation :

$$C(n) = 0,06\,n^2 + 114n + 42\,000.$$

1.
   a. Calculer la recette et le coût de fonctionnement pour 200 abonnements annuels vendus.
   b. Le centre de remise en forme est-il rentable pour 200 abonnements annuels vendus ? (Justifier la réponse)
   c. On note R (n) la recette réalisée par le gérant pour n abonnements annuels vendus.
   Exprimer R(n) en fonction de n.

2. Étude d'une fonction

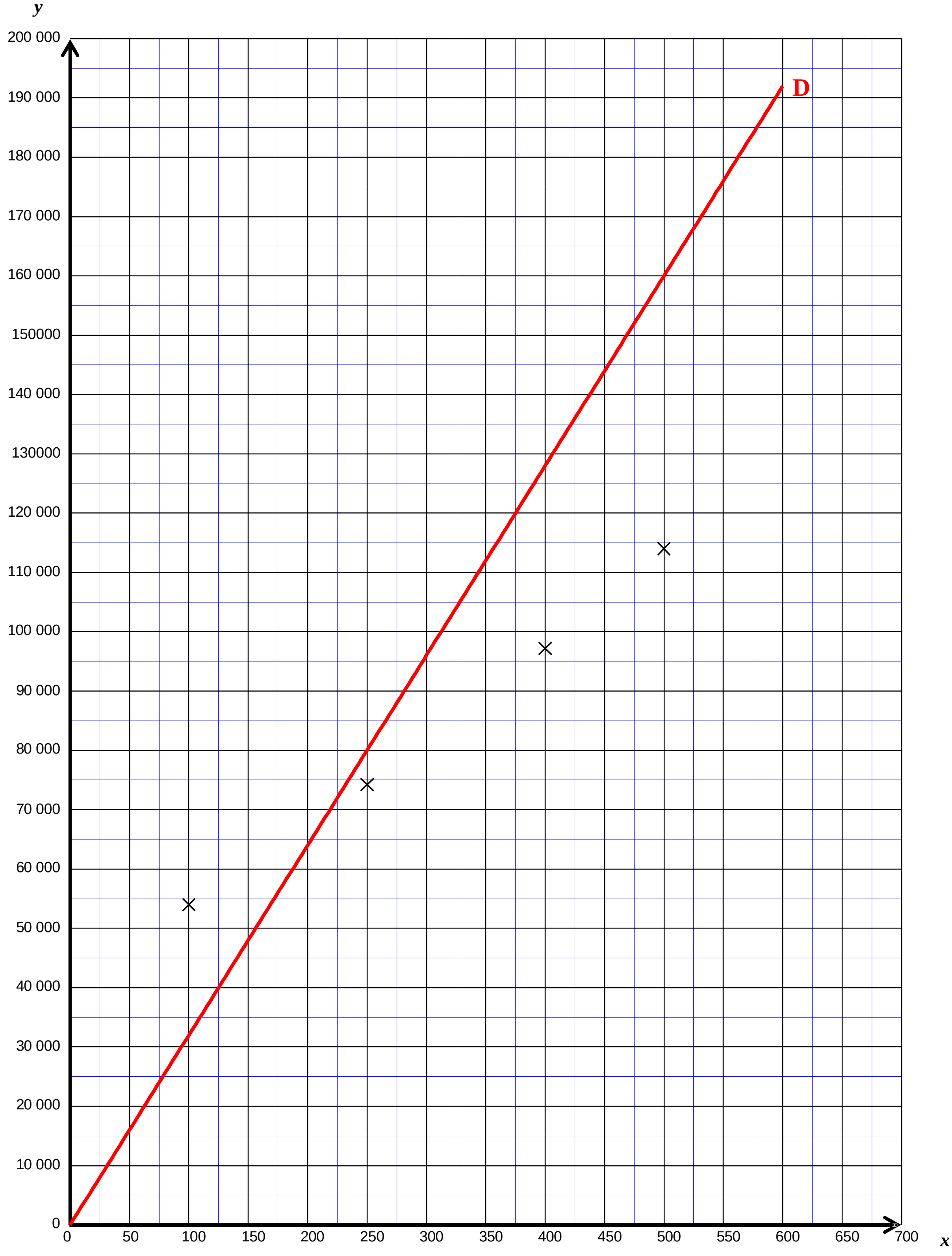
On considère les fonctions f et g définies sur l'intervalle [0 ; 600] par :

$$f(x) = 0,06\,x^2 + 114\,x + 42\,000 \text{ et } g(x) = 320\,x.$$

La représentation graphique D de la fonction g dans le repère de la page suivante est donnée.

a. Déterminer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la fonction f.

b. Donner le signe de $f'(x)$ pour tout x de l'intervalle [0 ; 600].



c. En déduire le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 600].

d. Compléter le tableau de valeurs de la fonction f.

x	0	100	200	250	300	400	500	600
f (x)		54 000		74 250		97 000	114 000	

e. Tracer la représentation graphique de la fonction f dans le repère précédent, où quatre points de cette représentation graphique sont déjà placés.

3. Résolution d'une équation et d'une inéquation

a. Résoudre graphiquement l'équation f (x) = g (x) sur l'intervalle [0 ; 600].
(Laisser apparents les traits permettant la lecture graphique).

b. Monter que résoudre l'équation f (x) = g (x) revient à résoudre l'équation

$$0,06\ x^2 - 206x + 42\ 000 = 0.$$

c. Résoudre cette équation sur l'intervalle [0 ; 600].
Arrondir la solution à l'unité.

d. À l'aide des représentations graphiques des deux fonctions et du résultat précédent justifier que pour x appartenant à l'intervalle [218 ; 600] on a f(x) • g (x).

4. Étude de la rentabilité

En utilisant les résultats précédents, indiqué par une phrase :

a. Le nombre minimum d'abonnement annuels à vendre pour que le centre de remise en forme soit rentable.

b. Le centre de remise en forme sera-t-il rentable en 2008 si la prévision effectuée dans la première partie se réalise ? justifier la réponse.

FORMULAIRE BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
Secteur Tertiaire

Fonction f : Dérivée f' :

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Équation du second degré : $ax^2 + bx + c = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle
- Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suites arithmétiques :

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + ... + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

Suites géométriques :

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + ... + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Statistiques :

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i\, x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Valeur acquise par une suite d'annuités constantes :

V_n : valeur acquise au moment du dernier versement

a : versement constant

t : taux par période

n : nombre de versements

$$V_n = a\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

Valeur actuelle d'une suite d'annuités constantes :

V_0 : valeur actuelle une période avant le premier versement

a : versement constant

t : taux par période

n : nombre de versements

$$V_0 = a\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

$\ln(a^n) = n \ln a$