

PARTIE I : (11,5 points)

Le résultat R d'une entreprise dépend du nombre d'articles vendus n, où n est entier. Pour une vente inférieure à 50 articles le résultat s'exprime, en euros, par la relation :

$$R(n) = -n^3 + 76n^2 - 1\,250n - 200$$

1) Calculer le résultat réalisé pour :

- a) 15 articles vendus ;
- b) 45 articles vendus.

2) Que pouvez-vous déduire des signes des deux résultats précédents ?

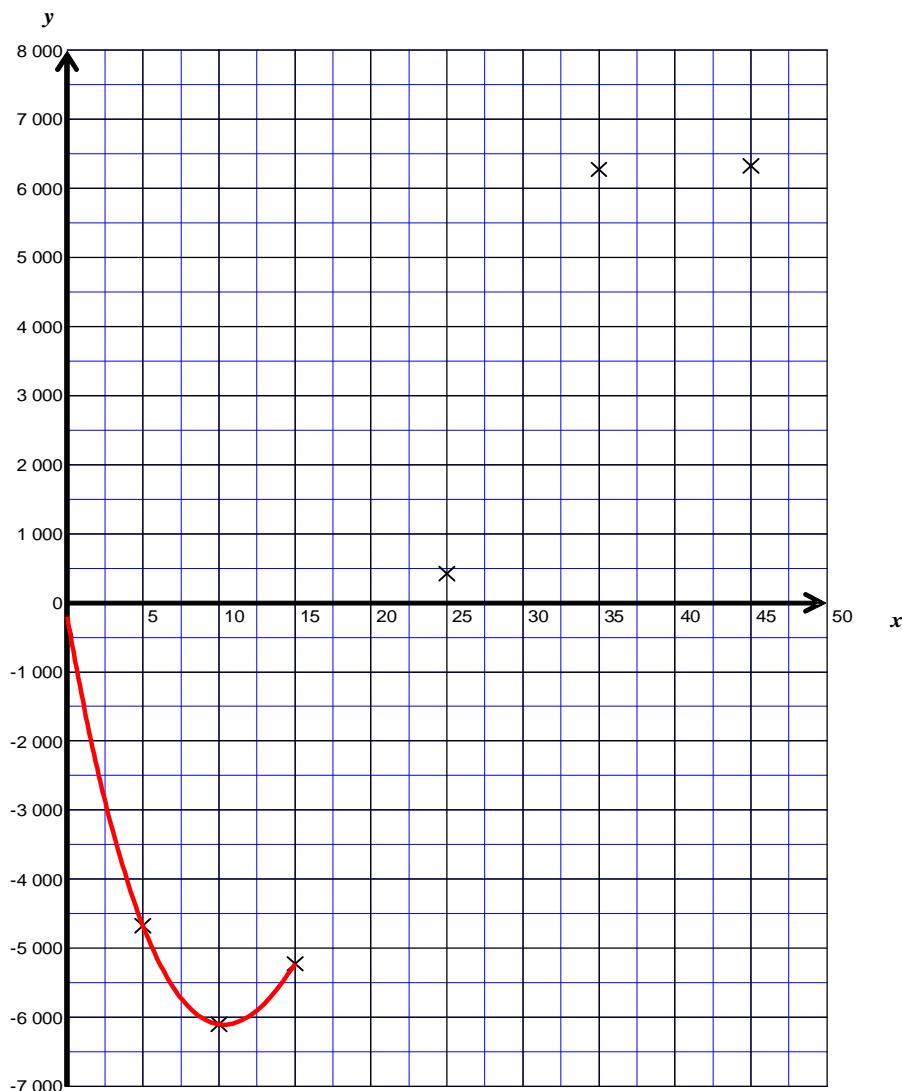
3) On modélise le résultat R par la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 50] par :

$$f(x) = -x^3 + 76x^2 - 1\,250x - 200$$

a) Compléter le tableau de valeur.

x	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
f(x)	-200	-4 675	-6 100	-5 225		425		6 275		6 325	

b) Compléter, en utilisant le repère, le tracé de la courbe représentative de la fonction f.



c) On note f' la fonction dérivée de la fonction f. Déterminer f'(x).

d) Résoudre l'équation $f'(x) = 0$. Arrondir les solutions à l'unité.

4) Exploitations :

- a) Déduire de ce qui précède le nombre d'articles vendus correspondant au bénéfice maximal.
- b) Déterminer le montant du bénéfice maximal.

PARTIE II : (8,5 points)

Afin d'améliorer le résultat, l'entreprise décide d'investir dans une deuxième chaîne de montage et emprunte 120 000 €. L'entreprise sollicite deux banques.

- 1) BANQUE A : le remboursement de l'emprunt est réalisé par mensualités constantes pendant une durée de 5 ans au taux annuel de 9,6 %.
 - a) Calculer le taux mensuel proportionnel.
 - b) Calculer le montant d'une mensualité.
 - c) En déduire le coût total du crédit.
 - d) Compléter les trois premières lignes du tableau d'amortissement.

	Capital restant dû (euros)	Intérêt (euros)	Amortissement (euros)	Mensualités (euros)
1 ^{er} mois	120 000	960		
2 ^{ème} mois				
3 ^{ème} mois				2 526,09

- e) Les amortissements forment une suite géométrique dont le premier terme est 1 566,09 et la raison est 1,008. Calculer la somme des amortissements au bout de 30 mois.
- 2) BANQUE B : Le remboursement de l'emprunt est réalisé par mensualité constante de 1 559,35 € pendant une durée de 10 ans au taux annuel de 9,6 %.
Calculer le coût total du crédit.
 - 3) L'entreprise pouvant rembourser jusqu'à 2 800 € par mois, quelle banque lui propose le crédit le plus intéressant ? Justifier

FORMULAIRE BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
Secteur Tertiaire

Fonction f : Dérivée f' :

$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$a u(x)$	$a u'(x)$

Équation du second degré : $ax^2 + bx + c = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

- Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suites arithmétiques :

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

Suites géométriques :

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

Statistiques :

$$\text{Effectif total } N = \sum_{i=1}^p n_i$$

$$\text{Moyenne } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{N}$$

$$\text{Variance } V = \frac{\sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

$$\text{Ecart type } \sigma = \sqrt{V}$$

Valeur acquise par une suite d'annuités constantes :

V_n : valeur acquise au moment du dernier versement

a : versement constant

t : taux par période

n : nombre de versements

$$V_n = a \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

Valeur actuelle d'une suite d'annuités constantes :

V_0 : valeur actuelle une période avant le premier versement

a : versement constant

t : taux par période

n : nombre de versements

$$V_0 = a \frac{1 - (1+t)^{-n}}{t}$$

Logarithme népérien : ln

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b$$

$$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$$

$$\ln(a^n) = n \ln a$$